

Solmun tehtäviä

Tehtävät sopivat lukiolaisten lisäksi myös edistyneille yläkoululaisille.

1. Suorakulmion lävistäjä on kolme kertaa yhden sivun pituinen ja yhden pituusyksikön pidempi kuin toinen sivu. Kuinka pitkiä suorakulmion sivut ovat?

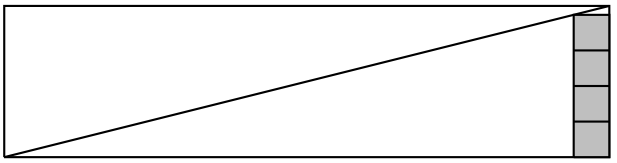
2. Kirjoitetaan kasvavaan järjestykseen väliltä nollasta yhteen kaikki murtoluvut, joiden nimittäjä on korkeintaan 99. Mikä on murtolukua 11/21 seuraava murtoluku? (Supistamattomat murtoluvut tulkitaan samoiksi kuin niiden supistetut muodot, siis esim. $44/84 = 22/42 = 11/21$.)

3. Kylässä on kolme katua: kadut T, V ja P. T-kadun asukkaat puhuvat aina totta, V-kadun asukkaat valehtelevat aina ja P-kadun asukkaat puhuvat totta ja valehtelevat vuorotellen. Eräänä päivänä palovartiotornin vartija huomaa yhdeltä kylän kadulta nousevan savua. Hetkeä myöhemmin puhelin soi ja soittaja sanoo: ”Kadullani on tulipalo.” Vartija kysyy: ”Millä kadulla?” Tähän soittaja vastaa: ”P-kadulla.” Mille kadulle pelastajien pitää mennä?

4. Millä reaaliluvuilla x ja y epäyhtälö $x^2 + y^2 \geq (x+1)(y-1)$ pätee? Millä reaaliluvuilla epäyhtälö on voimassa yhtälönä?

5. Jalkapalloturnauksessa on viisi joukkuetta. Jokainen joukkue pelaa kerran kaikkia muita joukkueita vastaan. Voitosta saa 3 pistettä, tasapelistä 1 pisteen ja tappiosta 0 pistettä. Turnauksen päättyessä neljällä joukkueella on 1, 2, 5 ja 7 pistettä. Kuinka monta pistettä on viidennellä joukkueella?

6. Piirretään kooltaan 4×1 olevan suorakulmion sisään neljä pientä harmaata neliötä alla olevan kuvan mukaisesti. Ylimmän pienen harmaan neliön ylhäällä vasemmalla oleva kärki on suorakulmion halkaisijalla. Määritä yhden harmaan neliön ja suorakulmion pinta-alojen suhde.



7. Reaaliluvut x, y ja z toteuttavat yhtälöt $x+y+z = 8$ ja $xy+yz+zx = 5$. Määritä luvun z suurin mahdollinen arvo.

8. Kumpi luku on suurempi, $\left(2^{1000}\right)!$ vai $2^{1000!}$? Merkintä $n!$ tarkoittaa positiivisen kokonaisluvun n kertomaa $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$.

9. Määritä funktioiden $f(x) = x^2$ ja $g(x) = x^2 - 2x + 2$ kuvaajien yhteisen tangentin yhtälö.

10. Puolisuunnikkaalla $ABCD$ on seuraavat ominaisuudet: $AB \parallel CD$, $AB = 3CD$ ja $CD = DA$. Määritä puolisuunnikkaan kulmien suuruudet, kun tiedetään, että $\angle CDA = 120^\circ$.

Tehtävien ratkaisut julkaistaan Solmun seuraavassa numerossa.

Lähde: KöMaL

Käännös ja sovitus suomeksi: Mika Koskenoja