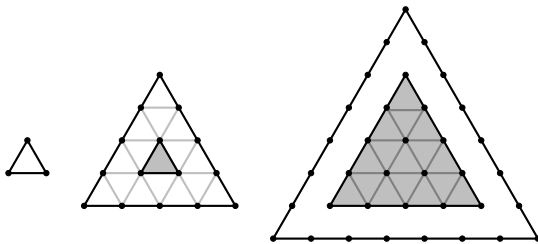


Solmun tehtäviä

Tehtävät sopivat lukiolaisten lisäksi myös edistyneille yläkoululaisille.

1. Frans jakoi suorakulmion yhdeksäksi neliöksi. Hän havaitsi, että yhden neliön pinta-ala on 64 cm^2 , kahden neliön pinta-ala on 16 cm^2 ja muiden neliöiden pinta-ala on 4 cm^2 . Mikä oli alkuperäisen suorakulmion piiri?

2. Piirretään pieni tasasivuinen kolmio ja ympäröidään se yhdellä kerroksella samanlaisia pieniä kolmioita niin, että saadaan suurempi tasasivuinen kolmio alla olevan kuvan mukaisesti. Ympäröidään sitten saatu suurempi tasasivuinen kolmio vastaavasti yhdellä kerroksella pieniä kolmioita, jolloin saadaan vielä suurempi tasasivuinen kolmio (katso kuva), ja niin edelleen.



- Kuinka monta pientä kolmiota kolmannessa kolmiossa on? (Kolmas kolmio on kuvassa oikealla.)
- Kuinka monta pientä kolmiota kahdennessakymmenessä kolmiossa on?
- Kuinka monta pientä kolmiota n . kolmiossa on?

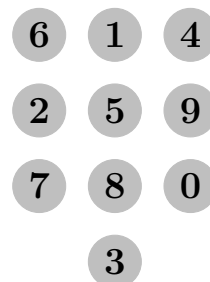
3. Kimin piti ratkaista epäyhtälö

$$\frac{4}{x-2} > 5,$$

mutta hän korvasi luvun 5 vahingossa toisella positiivisella kokonaisluvulla. Hän ratkaisi muuttuneen epäyhtälön oikein ja sai ratkaisuksi $2 < x < 4$. Millä positiivisella kokonaisluvulla hän oli korvannut epäyhtälössä luvun 5?

4. Jaetaan positiivinen kokonaisluku n jokaisella luvulla n pienemmällä positiivisella kokonaisluvulla ja merkitään $f(n)$:llä saatujen jakojäännösten summaa. Esimerkiksi jaettaessa luku $n = 5$ luvuilla 1, 2, 3 ja 4 saadaan jakojäännökset 0, 1, 2 ja 1, joten $f(5) = 0 + 1 + 2 + 1 = 4$. Ratkaise yhtälö $f(n) = n$.

5. Älypuhelimella pankkisovellukseen kirjautuminen vaatii nelinumeroisen PIN-koodin. Turvallisuussyistä numerot ilmestyvät eri kirjautumiskerroilla satunnaisesti puhelimen näytölle kohtiin, jotka näkyvät alla olevassa kuvassa. Jokaisen numeroiden 0–9 erilaisen sijoittelun todennäköisyys on sama. Alla olevassa kuvassa on esitetty yksi mahdollinen numeroiden sijoittelu. Kun PIN-koodi sisältää neljä eri numeroa, niin mikä on todennäköisyys, että kahdella peräkkäisellä kirjautumiskerralla käyttäjä jättää sormenjälkensä samoihin kohtiin puhelimen näytöllä?

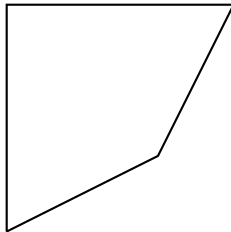


6. Erään reaalityön ja sen käänteistyön summan neliö on 5.

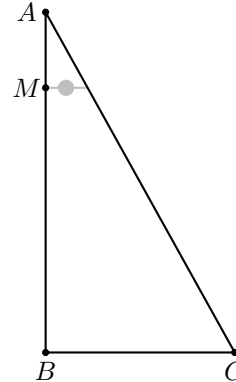
- (a) Määritä kyseisen reaalityön neliön ja neliön käänteistyön summa ratkaisematta itse reaalityötä.
- (b) Määritä kyseisen reaalityön kuution ja kuution käänteistyön summa ratkaisematta itse reaalityötä.

7. Annalla, Laurilla ja Tiinalla on jokaisella rahaa omalla pankkitilillään enemmän kuin 100 euroa. Laurilla on rahaa 35 prosenttia siitä mitä Annalla on ja Tiinalla on rahaa $\frac{12}{7}$ siitä mitä Laurilla on. Kuinka paljon Annalla, Laurilla ja Tiinalla on yhteensä rahaa, kun Tiinalla on 1011 euroa enemmän kuin Laurilla?

8. Mikä on suurin mahdollinen sivujen lukumäärä konveksissa monikulmiossa, jossa on täsmälleen kolme tylppää kulmaa? Anna esimerkki tällaisesta monikulmiosta. Monikulmio on konveksi, jos minkä tahansa kahden reunapisteen välinen jana on kokonaan monikulmion sisällä. Kulma on tylppä, jos se on suurempi kuin 90° ja pienempi kuin 180° . Vastaavasti kulma on terävä, jos se on pienempi kuin 90° . Alla on kuva konveksista monikulmiosta, jossa on yksi tylppä kulma, kaksi terävää kulmaa ja yksi suora kulma.



9. Suorakulmaisen kolmion muotoisen purjeen yläosassa on vaaleanharmaa merkki, joka kertoo veneluokan. Alla olevassa kuvassa $MA + AC = CB + BM$. Jos $BM = 7$ m ja $CB = 5$ m, niin mikä on harmaan merkin yläpuolelle jäävän kolmion korkeus?



10. Jussi sai joululahjaksi robotin, jonka toimintaa hän kokeilee neliömuotoisella matolla. Neliön sivujen pituudet ovat 4 metriä ja sen kulmat ovat järjestyksessä A, B, C ja D . Neliön sisällä olevan pisteen P etäisyys sivuista AB ja BC on tasan 1 metri. Robotti lähtee liikkeelle pisteestä P ja kulkee 2 metriä suoraan satunnaiseen suuntaan pysähtyen paikalleen. Mikä on todennäköisyys, että robotti päättyy ulos matolta?

Tehtävien ratkaisut julkaistaan Solmun seuraavassa numerossa.

Lähde: KöMaL

Käännös ja sovitukset suomeksi: Mika Koskenoja