

## Köysi maaneliön ympäri

*Anne-Maria Ernvall-Hytönen*

Helsingin yliopisto

Eräässä klassisessa geometrian tehtävässä pohditaan köyden kiertämistä maapallon ympäri. Kysymyksen voisi muotoilla esimerkiksi seuraavasti: *Kierretään maapallon ympäri köysi. Kierretään sitten toinen köysi metrin korkeudelle maanpinnasta. Kuinka paljon pidempi jälkimmäisen köyden pitää olla ensimmäisen?*

Tehtävä on varsin suoraviivainen ratkaista: Jos maapallon säde on  $r$ , niin ensimmäisessä tapauksessa tarvitaan  $2\pi r$  köyttä ja toisessa  $2\pi(r+1)$  köyttä, eli erotus on  $2\pi(r+1) - 2\pi r = 2\pi$ . Runsas 6 metriä siis riittää.

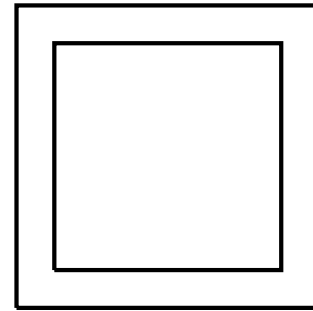
Vastausta on usein pidetty epäintuitiivisena. Kuulemma yliopistojen päivystävät dosentitkin ovat joutuneet asiaa puhelimessa selittämään ja vedonlyöntejä kysymykseen liittyen ratkaisemaan.

Onko tämä lopulta niin yllättävä tulos?

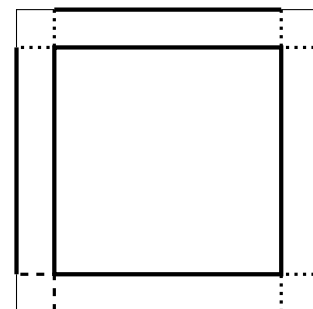
Ensimmäisenä ajatuksena tulee mieleen, että jos rakentaisi metrin korkuisen aidan Helsingistä Turkuun, niin järki sanoisi, että aidan huipulla ei tarvittaisi valtavasti enemmän puutavaraa kuin aidan juurella. Toisaalta voi myös argumentoida, että Helsingistä Turkuun on aika lyhyt matka maapallon mittakaavassa, joten vaikka ero olisi tosi pieni tällä välillä, niin koko maapallon kierrossa se voisi kasvaa aika pitkäksi.

Helpompaa onkin ehkä miettiä, mitä tapahtuisi, jos maapallon läpileikkaus olisi neliö, eikä ympyrä. Voidaan yksinkertaisuuden vuoksi ajatella, että neliön ympäri vedettäisiin köysi niin, että neliön sivuilla sen etäisyys olisi yksi metri pinnasta, mutta kulmat jatkettai-

siin niin, että muodostuisi isompi neliö. Piirretään tilanteesta kuva. Kuvassa mittakaava on pielessä:



Verrataan nyt neliöiden piirien pituuksia. Huomataan, että isomman neliön jokainen sivu muodostuu osasta, joka on yhtä pitkä kuin pienemmän neliön sivu ja lisäksi jokaisessa kulmassa ylimääräisestä metrin palasta. Tätä voi havainnollistaa seuraavalla kuvalla:



Nyt on helppo nähdä, että piirien erotus muodostuu vain kulmista, eli tässä tilanteessa ero olisi 8 metriä.