



## Pala palalta

### *Pääkirjoitus*

”Pala palalta norsukin syödään” rohkaisi äitini minua kerran ison koenipun kanssa taistellessani. Minulla sen paremmin kuin hänelläkään ei ole kokemusta norsun syömisestä, mutta vertaus oli silti selkeä: joskus on parempi keskittyä pieniin asioihin ja unohtaa kokonaisuus. Koepaperinipun kanssa menee helposti toivo, jos pohtii, että vielä on kolmesataa paperia jäljellä, tai jos erehtyy miettimään, että kuusi seitsemäsosaa jäljellä, yksi seitsemäsosa takana. Sen sijaan, jos vain miettii edessä olevaa paperia, ja iloitsee sen siirtyessä tarkastettujen pinoon, tai iloitsee edellisen tunnin aikana hyvin tehdystä työstä, tuntuu homma paljon mahdollisemmalta.

Väitöskirjaohjaajani professori Jutila varoitti, ettei pidä antaa yksityiskohtien ja epäolennaisuuksien hämätä ja viedä huomiota liiallisesti. Yksityiskohtat ja epäolennaisuudet eivät tietenkään yleensä ole sama asia. Minulle hän sanoi, että ei pidä tarttua lillukanvarsisiin. Viesti on selvä. Ei pidä ihmetellä liikaa kaikkea epäolennaista. Eräälle toiselle yhtä aikaa väitöskirjaa tehneelle oppilaalleen hän puolestaan kertoi yksityiskohtien häiritsevän asiantuntijoita. Tämä voi aluksi tuntua hieman merkilliseltä, ehkä jopa epäloogiselta, mutta tarkemmin ajateltuna tämäkin on ihan loogista: jos todistuksessa tai tutkimusartikkelissa on kaikki mahdolliset laskujen yksityiskohtat ja välivaiheet näkyvissä, on teksti ja tulokset mahdollisesti suhteellisen vähällä vaivalla jopa niiden verifioitavissa, jotka eivät juuri kyseisen alan asiantuntijoita ole. Sen sijaan kokonaisuus häviää. Todistusten rakenteita ei näy, ideat peittyvät epäolennaisilla välivaiheilla. Tällöin vähemmän on

todellakin enemmän tiettyyn pisteeseen asti. Jos kaikki yksityiskohtat ja välivaiheet poistetaan, jää jäljelle vain todistuksen runko, hahmotelma, josta taas asiantuntija saa kyllä idean irti, ja voi ehkä arvioida todistustekniikan realistisuutta kyseiseen ongelmaan, mutta myös sudenkuopat ovat piilossa, ja lähes kaikki todellinen työ jää lukijalle.

Olen mukana tutkimusprojektissa, joka lähti liikkeelle yksityiskohdista, suorastaan lillukanvarsista. Ei siismistään suuresta visiosta tai ideasta, vaan pikemminkin esimerkistä. Tarvitsimme täysin toiseen tutkimusprojektiin esimerkkejä. Tehtävä delegoitui minulle. Lähdin kehittämään niitä ainoalla mieleeni juolahtaneella keinolla, sain aikaan kasan esimerkkejä ja lähetin ne projektin muille jäsenille. En pitänyt niitä mitenkään merkityksellisinä, vain mukavina esimerkkeinä ja mahdollisista sopivina numeeriseen laskentaan. Eräs toinen meistä jatkoi, todisti, että esimerkit olivat ainoat tietyt ehdot toteuttavat funktiot. Tämän jälkeen hänen päässään napsahti (hyvällä tavalla), ja hän onnistui yhdistämään näin generoidun funktiojoukon toiseen tunnettuun funktiojoukkoon. Yhtäkkiä meillä olikin projekti, joka oli kunnianhimoisempi kuin alkupe räinen, josta kriittisimmät vaiheet oli vahingossa tehty, ja jota kukaan meistä ei koskaan olisi visioinut ennen kuin osatulokset ja lillukanvarret muodostivat viitoitetun reitin koko tulokselle.

Tasapaino on epäilemättä jossain yksityiskohtien ja suurien visioiden välissä, vähän kuin sienestäessä tai marjastaessa: on ensin huomioitava metsätyyppi (avokallio on huono paikka herkkutattien poimimiseen,

mutta sen jälkeen kun metsätyyppi on oikea, kannattaa tuijotella maata, sinne lilukanvarsien väliin, ja katsoa, josko siellä niitä sieniä olisi). Suuret visiot eivät sisällä niitä yksityiskohtia, joista tulokset on muodostettu.

Yksityiskohdat ovat yksinään vain yksityiskohtia.

Hyvää kesää!

*Anne-Maria Ernvall-Hytönen*

## Solmun matematiikkadiplomit

Solmun matematiikkadiplomit I–IX tehtävineen ovat tulostettavissa osoitteessa

[matematiikkalehtisolmu.fi/diplomi.html](http://matematiikkalehtisolmu.fi/diplomi.html)

Alimmat tasot ovat koulun alkuun, ylimmissä riittää pohtimista lukiolaisillekin.

Opettajille lähetetään pyynnöstä vastaukset koulun sähköpostiin. Pyyntö voi lähettää osoitteella

[juha.ruokolainen\(at\)helsinki.fi](mailto:juha.ruokolainen(at)helsinki.fi)

Ym. verkko-osoitteessa on diplomitehtäville oheislukemistoa, joka varmasti kiinnostaa muitakin kuin diplomien tekijöitä:

Kombinaatio-oppia

Lukujärjestelmistä

Desimaaliluvut, mitä ne oikeastaan ovat?

Murtolukujen laskutoimituksia

Negatiivisista luvuista

Hiukan osittelulaista

Lausekkeet, kaavat ja yhtälöt

Äärettömistä joukoista

Erkki Luoma-aho: Matematiikan peruskäsitteiden historia

Funktiosta

Gaussin jalanjäljissä

K. Väisälä: Algebra

Yläkoulun geometriaa

Geometrisen todistamisen harjoitus

K. Väisälä: Geometria

Lukuteorian diplomitehtävät