



## Matemaattikkona vakuutusosalalla ja työeläkelaitoksessa

*Jarno Ruokokoski*

Keskinäinen työeläkevakuutusyhtiö Varma

jarno.ruokokoski@varma.fi

### Johdanto

Kun olin lukiossa, tiesin jo silloin jatkavani opintoja matematiikan parissa yliopistossa. Kuitenkaan minulla ei ollut harmainta hajuakaan, missä kaikkialla vastavalmistunut matemaatikko voisi työskennellä. Selviä vaihtoehtoja olivat tietysti opettaminen eritasoisissa kouluissa ja tutkiminen yliopistossa, mutta en tiennyt muita. Todellisuudessa on olemassa muitakin vaihtoehtoja teollisuudessa ja yritysmaailmassa ja yritän tässä tekstissä kuvailla yhtä näistä: vakuutusala.

Vakuutustoiminta on syntynyt varsin kauan sitten. Vakuutuksen vanhinta tunnettua alkujuurta edustaa kuljetusvakuutus. Siitä on säilynyt tietoja jo muinaisen Babylonian ajoilta noin 2000–3000 eKr. Vakuutus oli tuolloin lainausliikkeen liitännäinen. Lainan vakuutena oli usein lainaajan omaisuus ja mikäli lainaa ei pystytty maksamaan takaisin esimerkiksi sen takia, että rosvot tuhosivat lainanottajan karavaanin, seurauksena saattoi olla hänen joutuminen perheineen lainanantajan orjaksi. Karavaanarikauppiat halusivat suojautua tältä riskiltä siten, että lainan takaisinmaksusta vapautettiin, jos karavaaniretki epäonnistui. Jos retki onnistui, lainasumman lisäksi oli suoritettava huomattava hyvitys korkeana lainakorkona. Tätä korkoa voidaan pitää lainanantajan riskiä vastaavana vakuutusmaksuna.

Tuo menetelmä siirtyi Babyloniasta foinikialaisille ja edelleen kreikkalaisille ja roomalaisille, jotka sovelsivat

sitä erityisesti merenkulun alalla. Tiedetään, että roomalainen Cato vanhempi antoi merilainoja. Välttääkseen liian suuren tappionvaaran, hän hajotti lainattavan pääoman lukuisille eri laivoille. Jo tällöin on siis oivallettu vakuutustoiminnan perusajatus: vastuun jakaminen lukuisiin toisistaan riippumattomiin kohteisiin. Tällöin voitto ja tappiot tasoittavat toisiaan suurten lukujen lain mukaisesti.

Merilainatoiminta säilyi muuttumattomana aina 1300-luvulle saakka. Katolinen kirkko alkoi vastustamaan toimintaa 1300-luvulla, koska sitä pidettiin koronkiskontana. Kirkko kielsi lainat, se ei kiinnittänyt huomiota siihen, että ”korko” oli suureksi osaksi vastiketta vahingonvaarasta. Kiellon takia merilainasopimuksen varsinaista kuljetuksen epäonnistumisvastuuta koskeva osa irrotettiin itsenäiseksi sopimukseksi, ja tätä irrotushetkeä pidetään nykykuotoisen merivakuutuksen syntymähetkenä.

Vakuutuksenantajina toimivat tuolloin ja pitkään sen jälkeen yksityiset varakkaat henkilöt sekä pankkiiriliikkeit ja kauppahuoneet. Yksityisten vakuutuksenantajien valtakaudella ei ollut harvinaista, että vakuutuksenantajat joutuivat maksukyvyttömiksi. Tämä on hyvin ymmärrettävää, kun vakuutustoiminnan laajetessa vakuutuksenantaja joutuu ottamaan vastuulleen paljon suurempia vakuutusarvoja kuin maksutulot ja käytävissä olevat omat varat yhteensä ovat. Koko toiminta perustui kokemusperäiseen oletukseen, että suurten lukujen lain mukaan vahinko kohtaa vain pientä osaa va-

kuutuskannasta. Vakuutustoiminnan menestyksellinen harjoittaminen edellyttää tämän vuoksi perusteellista kokemusta vahinkojen määristä ja määrien heilumisesta erilaisten tekijöiden vaikutuksesta. Kun tilasto- ja vakuutustekniikka oli alkeellista, vakuutustoiminta oli usein suoranaista uhkapeliä, joka saattoi jatkua vain niin kauan kuin mukana oli hyvää onnea.

Näistä historiallisista vakuutuksen muodoista näkyy hyvin vakuutustoiminnan keskeiset ominaisuudet: riskin taseaus kantamalla vastuu vahingosta yhteisesti suuren vakuutettujen joukon kesken, vakuutusyhtiön ottaman riskin oikean hinnoittelun tärkeys sekä erilaisten vakuutustapahtumien määrien heilunta vuosittain. Vakuutustoiminnan historiaan voi tutustua lisää esimerkiksi kirjan Vakuutusoppi [1] avulla.

## Eläkevakuutus

Eläkevakuutus on yksi vakuutustoiminnan muoto. Sen ongelma voidaan muotoilla seuraavasti: Erkki täyttää vuonna 2016 30 vuotta. Hän haluaa ostaa itselleen syntymäpäivälahjaksi 1500 euroa kuukaudessa eläketä 65-vuotiaasta alkaen aina kuolemaan asti. Paljonko Erkin pitää maksaa työeläkelaitokselle syntymäpäivänään, jotta laitos voi turvallisesti luvata Erkille tuollaisen eläkkeen?

Sopimukseen yleensä liittyvät seuraavat ehdot:

1. Työeläkelaitos ei voi koskaan yksipuolisesti purkaa sopimusta edes siinä tapauksessa, että rahat ovat vähissä.
2. Minkä tahansa ikäisenä Erkki kuoleekin, hänelle tai hänen perikunnalleen ei makseta mitään jälkihyvityksiä kuoleman jälkeen.
3. Rahojen arvo putoaa ajan kanssa, jolloin sopimukseen voidaan kytkeä eläkkeen kasvaminen vaikkapa 2 % vuodessa ja kasvaminen voi jatkua myös eläkkeen maksamisen alettua.

Tarvittavaan rahamäärään vaikuttavat selvästi ihmisten kuolemisvauhti, mitä vanhempina ihmiset kuolevat, sitä enemmän rahaa keskimäärin tarvitaan, vaikka jotkut ihmiset kuolevat ennen kuin eläkkeen maksaminen alkaa. Toisaalta Erkin maksamat rahat kannattaa sijoittaa tuottavasti johonkin, jolloin sijoitustoiminnan tuotoilla voidaan pudottaa tarvittavaa rahamäärää. Silloin pitää tosin varautua sijoitustuottojen heilunnasta aiheutuviin varojen muutoksiin. Yleisesti Erkin vakuutusyhtiölle maksamia rahoja kutsutaan vakuutusmaksuksi, tai asiayhteyden ollessa tuttu, pelkäksi maksuksi.

## Korkoutuvuudesta

Olkoon sijoitustoiminnan tuotto vuodessa  $i$  prosenttia. Tällöin jatkuva vakiokorko, eli korkoutuvuus on

$$\delta = \ln(1 + i). \quad (1)$$

Termi ilmaisee, paljonko pitää maksaa jatkuvasti korkoa korolle, jotta vuosikorko olisi  $i$ . Se voidaan johtaa tutummasta vuosikoron  $r$  kaavasta  $r = 1 + i$ . Käytännössä sijoitustoiminnan tuotot heiluvat vuosittain. Tätä ei mallinneta erityisesti, vaan oletetaan samanlainen sijoitustoiminnan tuotto joka vuodelle. Työeläkelaitoksissa koroksi asetetaan nykyisin 3 %. Jos sijoitustoiminnan tuotto on enemmän, ylijäämä varastoidaan vakuutusyhtiöön ylimääräiseen puskuriin ja huonona sijoitustoiminnan tuottovuotena puuttuva määrä otetaan samasta puskurista. Puskuria kutsutaan vakavaraisuuspääomaksi. Käytännössä eläkealalla vakavaraisuuspääomasta suoritetaan myös ylimääräisiä varojen täydennyksiä, jolloin todelliseksi varojen tuotoksi tulee enemmän kuin 3 %.

## Kuolevuuden mallintamisesta

Vastasyntyneen henkilön elinajan pituutta, lyhyesti elinaikaa, merkitään positiivisella satunnaismuuttujalla  $\mathbf{X}$ . Iässä  $x \geq 0$  jäljellä oleva elinaika

$$T_x = (\mathbf{X} - x) | \mathbf{X} > x$$

on ehdollinen positiivinen satunnaismuuttuja.  $x$ -ikäisen jäljellä olevan elinajan kertymäfunktioita merkitään

$${}_tq_x = \mathbb{P}(T_x \leq t) = \mathbb{P}(\mathbf{X} - x \leq t | \mathbf{X} > x), \quad t \geq 0.$$

Termi  ${}_tq_x$  kertoo siis todennäköisyyden, että nyt  $x$ -ikäinen henkilö on kuollut hetkeen  $t$  mennessä. Vakuutusmatematiikassa ollaan yleensä kiinnostuneita kuolevuusintensiteetistä, eli jäljellä olevan elinajan kertymäfunktion derivaatasta:

$$\mu_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \frac{\Delta {}_tq_x}{\Delta t}. \quad (2)$$

Tätä termiä kutsutaan yleisesti kuolevuudeksi.

Käytännössä kuolevuus määritellään sovittamalla havaittuun väestön kuolemisvauhtiin joku funktio, joka mahdollisimman hyvin sopii havaittuihin arvoihin. Yleensä mallia ei pyritä rakentamaan erittäin täsmällisesti, sillä halutaan, että malli olisi yksinkertainen. Niin yksinkertainen, että eliniän piteneminen voidaan huomioida yksinkertaisin ikäsiirtoin, jolloin kuolevuudet voidaan taulukoida ja samasta taulukosta saadaan kaikki kuolevuudet. Tämä nopeuttaa valtavia laskentoja, joissa käydään esimerkiksi läpi monen miljoonan vakuutetun joukkoja.

Kuolevuuden mallintaminen on aina kuitenkin hankala ongelma, ja huolimatta huolellisesta työstä, malleja on jouduttu päivittämään ajoittain. Työeläkelaitosten kohdalla tällainen mallin päivitys laskettiin vuonna 2015 ja sen hinnaksi tuli noin 3 miljardia. Käytännössä kuolevuuksien päivitys toteutetaan 31.12.2016 ja nuo tarvittavat 3 miljardia kerätään työeläkelaitosten sisäisistä puskureista jolloin asiakkaiden vakuutusmaksut eivät tämän takia nouse. Jo tällaisella täydennyksellä on suuri vaikutus laitosten varallisuuksiin ja pahempi epäonnistuminen kuolevuuden mallintamisessa voi johtaa jopa työeläkelaitosten konkurssiin ja eläkkeiden leikkauksiin ja sitä kautta vanhuusköyhyyteen. Toki kuolevuus voidaan arvioida myös alakanttiin, jolloin laitoksiin jää ylimääräistä rahaa, jolla voidaan alen-  
taa vakuutusmaksuja. Mutta historiassa näin päin ei ole juuri onnistuttu ennustamaan tulevaa kuolevuutta. Eläkealalla tarvitaan päteviä matemaatikoita huolehtimaan siitä, että kuolevuus tulee mallinnetuksi mahdollisimman oikein ja että sitä tarvittaessa päivitetään ajoissa.

Nykyinen kuolevuusmalli perustuu Gompertz-funktioon, joka on muotoa

$$\mu_x = b \cdot e^{f \cdot (x-g)}.$$

Käytännössä tällä hetkellä voimassa olevassa kuolevuusmallissa pätee  $b = 5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-0.57}$ ,  $f = 0.095$  ja  $g$  on henkilön iästä ja sukupuolesta riippuva vakio, ns. ikäsiirto. Miehillä ikäsiirrolle pätee

$$g = \begin{cases} 0 & \text{kun } v - s < 1940 \\ -1 & \text{kun } 1940 \leq v - s < 1950 \\ -2 & \text{kun } 1950 \leq v - s < 1960 \\ -3 & \text{kun } 1960 \leq v - s < 1970 \\ -4 & \text{kun } 1970 \leq v - s < 1980 \\ -5 & \text{kun } 1980 \leq v - s < 1990 \\ -6 & \text{kun } v - s \geq 1990 \end{cases}$$

ja naisilla

$$g = \begin{cases} -7 & \text{kun } v - s < 1940 \\ -8 & \text{kun } 1940 \leq v - s < 1950 \\ -9 & \text{kun } 1950 \leq v - s < 1960 \\ -10 & \text{kun } 1960 \leq v - s < 1970 \\ -11 & \text{kun } 1970 \leq v - s < 1980 \\ -12 & \text{kun } 1980 \leq v - s < 1990 \\ -13 & \text{kun } v - s \geq 1990. \end{cases}$$

Kaavassa  $v$  on tarkasteluvuosi ja  $s$  on henkilön ikä hänen syntymäpäivänään vuonna  $v$ . Käytännössä  $v - s$  on henkilön syntymävuosi. 31.12.2016 voimaan astuva uudempi kuolevuusfunktio perustuu edelleen Gompertz-funktioon, mutta se on monimutkaisempi ja jää tämän tekstin ulkopuolelle.

## Pääoma-arvosta

Edellä kuvattu Erkin eläkevakuutusongelma voidaan ratkaista käyttäen korkoutuvuutta (1) ja kuolevuutta (2). Määritellään aluksi kaavat

$$D_x = e^{-\int_0^x (\delta + \mu_s) ds} \quad (3)$$

ja

$$\bar{N}_x = \int_x^\infty D_t dt. \quad (4)$$

Funktioita  $D_x$  ja  $\bar{N}_x$  kutsutaan kommutaatiofunktioiksi.

Oletetaan, että henkilölle maksetaan tietyn ajan kuluttua vuotuisäärältään summan  $E$  suuruista jatkuvasti maksettavaa eläkettä, eli jatkuvaa elinkorkoa niin kauan kuin henkilö on elossa. Jatkuvasti maksamisella tarkoitetaan sitä, että  $dt$ :n pituisella aikavälillä maksettavaa eläkettä kertyy määrä  $E \cdot dt$ . Sanalla pääoma-arvo tarkoitetaan nykyhetkellä tarvittavaa rahamäärää, jolla selvittää edellä kuvatusta veloitteesta aina henkilön kuolemaan asti. Yksikköelinkorolla tarkoitetaan tilannetta, jossa  $E = 1$ .

Osoittautuu, että  $m$ :n vuoden kuluttua iässä  $x+m$  aloitettavan yksikköelinkoron pääoma-arvo  ${}_m\bar{a}_x$  vakuutuksen ostohetkellä, iässä  $x$ , voidaan ilmaista edellä kuvattujen kommutaatiofunktioiden avulla:

$${}_m\bar{a}_x = \frac{\bar{N}_{x+m}}{D_x}. \quad (5)$$

Tämä kaava ei tupsahda taivaalta, vaan se voidaan johtaa huolellisesti lähtien liikkeelle edellä kuvattua Erkin ongelmasta. Todistus kaavalle löytyy esimerkiksi kirjasta [2]. Kaavassa olevat kommutaatiofunktio-  
ot ovat lyhennysmerkintöjä, joita käytetään tosin monissa eri tyyppisten henkivakuutuslaskelmien kaavoissa. Suomessa eläkevakuutuksen rahastojen maksaminen aloitetaan aina teoriassa iässä 65, jolloin käytännössä  $x + m = 65$ . Mikäli Erkki on jo 65-vuotias tai vanhempi, niin silloin  $m = 0$ , mutta kaava ei muutoin muutu.

Kaavan (5) johtaminen perustuu olennaisesti odotusarvoihin ja näin henkilön odotettavissa olevaan elinikään. Jos tällainen tuote myydään vain yhdelle vakuutetulle, voi käydä niin, että hän elää paljon pidempään kuin odotusarvoisesti hänen ikäisensä ja rahat loppuvat. Siksi vakuutusyhtiön pitää saada itselleen iso joukko vakuutettuja, jolloin keskimääräinen vakuutusyhtiön asiakas käyttäytyy odotusarvon mukaisella tavalla ja rahat keskimäärin riittävät.

Erkin eläkkeen vakuutusmaksu olisi näillä tiedoilla noin 91 000 euroa, kun pätee  $E = 1500 \cdot 12 = 18000$  (vuosieläkkeen määrä) ja yksikköelinkoron pääoma-arvosta  ${}_m\bar{a}_x$  saadaan  $E$ :n suuruinen jatkuvasti maksettavan eläkkeen pääoma-arvo kaavalla  $E \cdot {}_m\bar{a}_x$ . Uudemmallalla

kuolevuusmallilla hinta olisi noin 101 000 euroa. Käytännössä eläkettä ei makseta jatkuvana rahavirtana, vaan kuukausittain. Tässä ei kuitenkaan tehdä merkittävää virhettä teoriaan nähden.

Kenelläkään ei ole yleensä varaa maksaa tuollaisia rahamääriä heti, jolloin eläkevakuutusmaksu kerätään vuosittain palkasta perittävänä maksuna. Teoriassa tästä seuraa, että vakuutusmaksu nousee iän noustessa, koska sijoitustoiminnan tuotot eivät ehdi vaikuttamaan lähellä eläkeikää oleviin vakuutusmaksuihin kovin kauan. Käytännössä maksutaso sovitetaan kuitenkin koko väestön yli, jolloin se on sama kaiken ikäisille.

## Vastuuvelasta

Kun Erkki on suorittanut vakuutusmaksun työeläkelaitokselle, se on kuukausieläkkeitä velkaa Erkkille vakuutusmaksun suoritushetkestä Erkin kuolemaan asti tehdyn sopimuksen mukaisesti. Velan määrää summattuna kaikkien vakuutuksenottajien yli kutsutaan vastuuvélaksi. Vastuuvelan määrä lasketaan yhdelle vakuutetulle teoriassa samalla kaavalla kuin maksukin, eli kaavalla (5). Tällä tavalla laskettua nyt tarvittavan rahan määrää kutsutaan pääoma-arvoksi. Kun henkilö on jo vanhuuseläkkeellä, pätee  $m = 0$ . Eläkealalla erikoisuuksia tulee siihen, että vastuu lasketaan syntymävuosiluokan keskimääräisellä iällä (esimerkiksi syntymävuosiluokan kaikkien ihmisten ikänä käytetään vuoden lopussa ikää 65,5 vuotta) ja siitä, että eläke voi alkaa jossakin muussa iässä kuin iässä 65 (joustava vanhuuseläkeikä). Tällöin kertynyttä eläkettä muutetaan siten, että maksettava kuukausieläkkeen määrä putoaa tai nousee jonkun verran. Varsinainen pääoma-arvon määrä ei kuitenkaan muutu. Teoreettisissa laskelmissa on kuitenkin yksinkertaisempaa käyttää aina ikää 65.

Vakuutuslainsäädännön mukaan vakuutusyhtiöillä pitää olla joka hetkellä varallisuutta vähintään vastuuvélan verran. Mikäli varat pääsisivät tippumaan vastuuvélan määrän alapuolelle, seurauksena olisi yhtiön konkurssi. Yleisesti vakuutusyhtiöt tarvitsevat itselleen isomman määrän rahaa kuin mitä vastuuvélka vaatii, ja tuon ylimääräisen rahan avulla yhtiö selviää vaihtelevasta kuolevuudesta ja sijoitustoiminnan tuottojen heilunnasta. Laskennallisesti näitä rahoja pidetään edellä kuvatussa vakavaraisuuspääomassa.

## Sijoitustoiminnasta

Kun työeläkelaitos on saanut vakuutusmaksun vakuutetulta, sille pitää saada jonkin verran tuottoa, koska sijoitusten tuotto on jo huomioitu vakuutusmaksua laskettaessa (kaavassa (5)  $\delta$  asetetaan vastaamaan 3 %:n vuosituottoa). Näin laitokset käytännössä tekevätkin,

rahat sijoitetaan ympäri maailmaa erilaisiin sijoitus- tuotteisiin, kuten osakkeisiin, kiinteistöihin, joukkovelkakirjalainoihin, muiden hallinnoimiin rahastoihin jne. Kun näin tehdään, syntyy kaksi osittain toisensa kumoavaa ominaisuutta:

1. Mitä parempi tuotto rahoille voidaan saada, sitä halvemmaksi vakuutusten hinta voidaan asettaa asiakkaalle. Toisaalta korkeampaan tuottoon liittyy korkeampi riski.
2. Yhtiö ei voi sijoittaa kaikkia rahoja samaan omaisuuslajiin, sillä pahassa talouskriisissä omaisuuslajin arvo voi pudota niin alas, että yhtiön varojen määrä alittaa vastuuvélan määrän, jolloin yhtiö menee konkurssiin.

Näin voidaan muotoilla erittäin vaikea sijoitusongelma: mihin omaisuuslajeihin, ja millä painoilla varat kannattaisi sijoittaa markkinoille? Edellä kuvatussa eläkeongelmassa Erkki voi teoriassa suorittaa ensimmäiset maksut täytettyään 18 vuotta ja kuolla vasta 105-vuotiaana, jolloin viimeiset Erkin eläke-eurot maksetaan ulos vasta 87 vuoden kuluttua ensimmäisistä maksuista! Keskimäärinkin kukin eläke-euro makaa työeläkelaitoksen varoissa kymmeniä vuosia. Muotoiltaessa vastausta edellä kuvattuun sijoitusongelmaan pitäisi pystyä hyödyntämään tätä ominaisuutta. Periaatteessa ei ole niin hirveästi väliä, putoaako omaisuuslajin arvo 10 % huomenna, jos se tuottaa pitkällä aikavälillä paremmin kuin matalariskisemmät omaisuuslajit. Rahojahan tarvitaan kuitenkin vasta kymmenien vuosien kuluttua. Siksi korkeariskisissä, mutta hyvin tuottavissa omaisuuslajeissa (esim. osakkeet), pitäisi pystyä pitämään aina verrattain korkeaa osuutta varallisuudesta. Toisaalta hajautuksen pitäisi olla hyvä, koska eri omaisuuslajit saattavat olla negatiivisesti korreloituneita, jolloin hajautus takaa keskimäärin paremman tuoton samalla riskitasolla.

Esittelen tässä yhden erittäin yksinkertaisen "ratkaisuyrityksen". Oletetaan, että käytössä on yksi sijoitustuote, jonka arvon muutos vuorokauden kuluttua on normaalijakautunut satunnaismuuttuja parametreilla  $\mu$  ja  $\sigma$ . Normaalijakauman perusteella voidaan muodostaa  $V@R$ , joka kertoo suurimman mahdollisen tappion etukäteen määritetylle aikahorisontille (tässä yksi vuorokausi) ja etukäteen määritellyllä luottamustasolla. Tulos on varsin helppo johtaa normaalijakaumasta ja siksi saadaan

$$V@R = -(\mu - z_x \sigma) \approx z_x \sigma.$$

Viimeisessä pyörityksessä oletetaan, että vuorokaudessa sijoitustuotteen arvon muutoksen odotusarvo on käytännössä 0. Kaavassa  $z_x$  on luottamustason mukainen normaalijakauman piste (esim. luottamustasolla 99 % pätee  $z_x \approx 2.325$ ).

Edellä kuvattu ratkaisu voidaan yleistää melko helposti useaan sijoitustuotteeseen ja huomioida samalla esi-

merkiksi historian avulla eri sijoitustuotteiden korreloituneisuus. Ratkaisu on helposti laskettavissa analyytisesti ja näin mille tahansa sijoituskorille saadaan laskettua  $V@R$  halutulla riskitasolla. Näin voitaisiin ajatella, että jos vakavaraisuuspääomassa on vähintään  $V@R$ -luvun verran varallisuutta vaikkapa luottamustasolla 99 %, vakuutusyhtiö on suojautunut sijoitustoiminnan heilunnan aiheuttamilta tappioilta. 99 %:n todennäköisyydellä varoja on edelleen riittävästi huomenna.

Kuitenkin varsin nopeasti käy selväksi, ettei tällainen laskenta riitä, sillä

1. sijoitustuotot eivät noudata normaalijakaumaa,
2.  $V@R$  ei kerro pahimman mahdollisen tappion suuruutta annetun luottamustason ulkopuolella,
3.  $V@R$ -luku riippuu vahvasti malleissa tehdyistä oletuksista ja tuottohistoriasta estimoiduista parametreista (esim.  $\sigma$  ja sijoitustuotteiden korrelaatiot edellä) ja historia ei välttämättä toista itseään ja
4.  $V@R$ -malli ei ennusta odottamattomia riskejä.

Siksi päteville matemaatikoille, jotka pystyvät muotoilemaan tähän ongelmaan hyviä ratkaisuja, on töitä. Yksityisen sektorin työeläkevakuutuslaitoksissa on tällä hetkellä yhteensä noin 180 miljardia euroa varallisuutta. Jos riskiä voitaisiin turvallisesti nostaa ylöspäin nykyiseen tasoon nähden ja näin päästä pitkällä aikavälillä keskimäärin 0.5 %-yksikköä isompiin sijoitustuottoihin, se tarkoittaisi 900 miljoonaa euroa vuodessa vakuutusmaksujen alennuksia ja tällä olisi jo iso kansantaloudellinen merkitys!

## Lopuksi

Tässä tekstissä pyrin hieman valottamaan vakuutusalan matemaattisia ongelmia, joiden parissa matemaatikot työskentelevät. Tekstissä ei ole aukotonta todistusta kaavalle (5), koska tavoitteena oli enemmän valottaa alan matemaattisia ongelmia. Tarkemmat todistukset löytyvät esimerkiksi kirjasta Henkivakuutusmatematiikka [2]. Edellä kuvattu hinta 91 000 eläkevakuutuksesta ei ole koko totuus, sillä vanhuuseläkkeet on rahastoitu vain osittain. Lisäksi eläkemaksun määräämiseen ja erilaisiin laitosten puskureihin liittyy paljon

monimutkaisuutta, joka jää tämän tekstin ulkopuolelle. Samoin työeläkelaitosten muut eläkelajit, työkyvyttömyyseläke ja perhe-eläke jäävät tämän tarkastelun ulkopuolelle.

Käytännössä alalle hakeutumiseen vaaditaan korkeakoulututkintoa matematiikasta tai tilastotieteestä, ja rahoitusteorian, tilastotieteen ja stokastiikan opinnot katsotaan eduksi. Myös tietotekniikan osaamisesta on hyötyä. Hyvän opintokokonaisuuden saa aikaiseksi suorittamalla SHV-tutkintoon vaadittavat yliopistokurssit jo yliopisto-opintojen aikana sekä ottamalla esimerkiksi tietotekniikan sivuaineeksi. SHV-tutkinto tarkoittaa sosiaali- ja terveysministeriön hyväksymää vakuutusmatematiikan tutkintoa.

Jokaisella vakuutusyhtiöllä täytyy olla ainakin yksi SHV-tutkinnon suorittanut henkilö, jota kutsutaan myös vastuulliseksi vakuutusmatematiikoksi tai aktuaariksi. Hän vastaa viranomaisille ja yhtiön johdolle siitä, että vakuutusyhtiössä sovellettavat vakuutusmatemaattiset menetelmät ovat asianmukaisia ja yhtiön vakuutusmaksut ja vastuuvelan laskentatapa ja määrä täyttävät lakien ja asetusten mukaiset vaatimukset. Aktuaarilla on alaisinaan joukko matemaatikkoita, jotka auttavat aktuaaria saavuttamaan nämä tavoitteet. SHV-tutkintoon voi tutustua osoitteessa [www.actuary.fi](http://www.actuary.fi) ja samalta sivulta näkee myös alan työpaikkailmoituksia.

Vakuutusmatematiikkona onnistuminen edellyttää riittävää pohjakoulutusta ja päteville matemaatikoille on edelleen hyvin töitä tarjolla. Työpaikan saavuttaminen edellyttää huolellisia matematiikan opintoja, mutta toisaalta matematiikan opiskelu tuottaa turvallisen työuran. Edellä kuvatun kuolevuuden ja sijoitustoiminnan tuottojen turvavälien malleihin tarvitsee edelleen tehdä päivityksiä, jolloin myös kehitystyöhön kykeneviä henkilöitä tarvitaan. On todella tärkeää, että esimerkiksi käytössä olevan kuolevuusmallin heikkeneminen toteutuneisiin lukuihin nähden havaitaan ajoissa.

## Viitteet

- [1] Jukka Rantala, Esko Kivisaari, *Vakuutusoppi*, Finva, 2014.
- [2] Martti Pesonen, Pertti Soinen, Tapani Tuominen, *Henkivakuutusmatematiikka*, Finva, 2014.