



Suppeasta suhteellisuusteoriasta seikkaperäisesti

Syksy Räsänen
Helsingin yliopisto

Teuvo Laurinoli: Ensiaskeleet Einsteinin avaruusaikaan. Matemaattinen johdatus suhteellisuusteorian perusteisiin. Osa 1 (v2) Kinematiikka: aika, paikka ja liike. 2014. Saatavilla Solmun Oppimateriaalit-sivulla osoitteessa <http://solmu.math.helsinki.fi/oppimateriaalit.html>.

Vuonna 1905 **Albert Einstein** löysi suppean suhteellisuusteorian. Einsteinin tavoitteena oli ratkaista se ongelma, että klassinen mekaniikka ja sähkömagnetismi eivät sopineet yhteen. Klassisen mekaniikan mukaan liike on suhteellista siten, että fysiikan lait näyttävät samalta kaikille vakionopeudella liikkuville havaitsijoille. Sähkömagnetismin mukaan tästä seuraa, että valon nopeus on sama kaikille havaitsijoille, mikä on ristiriidassa sen oletuksen kanssa, että nopeus on suhteellista.

Einstein ratkaisi ristiriidan artikkelissaan, jonka otsikkona oli *Liikkuvien kappaleiden elektrodynamiikka*. Ratkaisu meni paljon sähkömagnetismia pidemmälle ja muutti käsityksen ajasta ja avaruudesta. Vuonna 1907 Einsteinin entinen opettaja **Hermann Minkowski** ymmärsi, että suhteellisuusteoria on luonnollisinta muotoilla siten, että aika ja avaruus muodostavat yhden kokonaisuuden, aika-avaruuden. Tämä käsite avasi portit yleiseen suhteellisuusteoriaan, jonka Einstein löysi vuonna 1915, ja joka paljasti gravitaation olevan aika-avaruuden geometrian ilmentymä.

Suhteellisuusteorialla on vaikeasti ymmärrettävän teorian maine. Yleisen suhteellisuusteorian kohdalla tämä on jossain määrin oikeutettua. Sen hahmottaminen

vaatii *differentiaaligeometriana* tunnetun hienostuneen matemaattisen rakenteen omaksumista. Yleinen suhteellisuusteoria on johdonmukainen ja selkeä kokonaisuus, mutta sen pääsee näkemään vain differentiaali-geometrian seinämää kiipeämällä.

Suppean suhteellisuusteorian kohdalla tilanne on toinen, siihen tutustuminen ei vaadi ennakkomaksua. **Teuvo Laurinolin** esitys osoittaa tämän hyvin. Teksti on seikkaperäinen katsaus suppean suhteellisuusteorian alkeisiin pelkkää lukiomatematiikkaa käyttäen. Otsikko on kenties sinänsä harhaanjohtava, että Einsteinin aika-avaruus viittaisi ennemmin yleiseen suhteellisuusteoriaan, suppean suhteellisuusteorian aika-avaruus laitetaan Minkowskin nimiin.

Laurinolin matka suhteellisuusteoriaan seuraa Einsteinin reittiä, joka perustui **Galileo Galileilta** periytyvään suhteellisuusperiaatteeseen ja siihen, että valon nopeus on vakio. On hyvä, että suhteellisuusperiaate nostetaan sille kuuluvaan keskeiseen asemaan, mutta valon nopeuteen keskittyminen on hieman harhaanjohtavaa, vaikkakin tavallista. Nykynäkökulmasta se, että valon nopeus on kaikille havaitsijoille sama, on suppean suhteellisuusteorian seuraus, ei oletus, eikä valolla ole teoriassa erityistä asemaa. Tekstin lopussa on tosin mukavana yllätyksenä inertiaalikoordinaatistojen välisen muunnoksen johtaminen ilman oletusta siitä, että valon nopeus olisi vakio.

Teksti on selkeää, mutta paikoitellen sanavalinnat ovat turhan monimutkaisia: miksi kirjoittaa intervallista,

kun väli ajaa saman asian? Matemaattisia askeleita käydään läpi melkoisella perusteellisuudella niin yhtälöiden kuin kuvienkin kautta. Tulosten merkityksiä olisi kuitenkin voinut selittää enemmän. Esimerkiksi kaksosparadoksin yhteydessä jää epäselväksi, mikä rikkoo symmetrian kaksosten välillä ja tekee aikadilataatiosta absoluuttisen. Nopeuden yhteenlaskukaavan yhteydessä olisi ollut hyvä esitellä rapiditeetti ja sen yksinkertainen yhteenlasku.

On hauskaa, että luonnolliset yksiköt esitellään tekstissä. Niiden kuvaus on kuitenkin sinänsä puutteellinen, että luonnollisissa yksiköissä ei ainoastaan valonnopeus ole yksi, vaan myös redusoitu Planckin vakio ja Boltzmannin vakio ovat yksi. Oleellisempaa on se, että luonnollisissa yksiköissä ei ole kyse ajan mittaamisesta metreissä, vaan päin vastoin siitä, että päästään eroon inhimillisiin olosuhteisiin kehitettyjen ja siksi perustavanlaatuisen ilmiöiden kuvaamiseen huonosti sopivien yksiköiden, kuten metrien ja sekuntien, historiallisesta painolastista.

Valonnopeuden arvon laittaminen ykköseksi johdattelee ajattelemaan aikaa ja avaruutta suuntina aika-avaruudessa. Aika-avaruuden geometria on luonnollisin kieli, jolla kuvailla niin suppeaa kuin yleistäkin suhteellisuusteoriaa. Keskeinen käsite tässä on *metriikka*, ja on

ikävää, että se mainitaan tekstissä vain kerran, ja silloinkin jää epäselväksi, mikä se oikeastaan on.

Yleisessä suhteellisuusteoriassa metriikalla on keskeinen rooli. Suppean suhteellisuusteorian jäykästä metriikasta tulee siinä dynaaminen toimija, joka kertoo gravitaatiosta, avaruuden laajenemisesta ja ajan alusta. Aika-avaruus kaareutuu kauniisti vuorovaikuttaessaan aineen kanssa.

Toistaiseksi yleisen suhteellisuusteorian ainoa käytännön sovellus on GPS, mutta maailmankaikkeuden ymmärtämisessä sillä on ollut valtava rooli. Kosmologian kautta yleinen suhteellisuusteoria, yhdistettynä hiukkasfysiikkaan, on laajentanut tietomme Einsteinin sähkömagnetismia koskevista mietteistä maailmankaikkeuden ensimmäisen sekunnin miljardisosiin ja kymmenien miljardien valovuosien päähän.

Laurinollin esitys sopii henkilöille, joita kiinnostaa suppea suhteellisuusteoria ilman tarvetta kivuta korkeammalle. Toisaalta teksti soveltuu myös vaikkapa **Kari Enqvistin** oppikirjan *Johdatus suhteellisuusteoriaan* kanssa selattavaksi sellaisille ensimmäisen vuoden yliopisto-opiskelijoille, jotka kaipaavat joidenkin yksityiskohtien tarkempaa läpikäymistä.

Aivovoimistelua Englannin lehdistä

Vasemmanpuoleinen ruudukko: Täytä valkoiset tyhjät ruudut käyttäen lukuja 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 siten, että kunkin rivin ja kunkin sarakkeen laskutoimitusten tulokseksi tulee kyseisen rivin oikealla puolella tai sarakkeen alla annettu luku. Harmaisiin ruutuihin ei kirjoiteta mitään. Kukin luvuista 1 – 9 saa esiintyä ruudukossa vain kerran. Laskutoimitusten järjestys on vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas. Oikeanpuoleinen ruudukko: Osita ruudukko suorakulmioihin siten, että kussakin suorakulmiossa on sen sisälle jäävän luvun verran ruutuja.

	×		+		71
×		+		+	
3	×		−		13
×		+		−	
	−		×		2
126		18		9	

		4			4	2
6						
	4		6			
	4				3	
	2					5
3				6		

Tehtävät lähetti Matti Seppälä.