



Lyhyestä matematiikasta e-laskentoon

Pääkirjoitus

LUMA-keskuksen nettisivuilla pari vuotta sitten nimimerkki Negatiivin esittämä ajatus lukion lyhyen ja pitkän matematiikan yhdistämisestä on saamassa konkreettisia muotoja. Vuoden 2012 lopulla perustettu Pro lukio ry on lukion tulevaa tuntijakoa koskevassa kannanotossaan [1] päätenyt ajatukseen, että lukion matematiikka alkaisi kahdella kaikille yhteisellä kurssilla, minkä jälkeen oppimäärät eriytyisivät matemaattisluonnontieteellisesti suuntautuvaan laajaan matematiikkaan ja yhteiskunnallisesti suuntautuvaan yleiseen matematiikkaan. Suomen Lukiolaisten Liitto, jonka edustaja istuu opetushallituksen asettamassa tuntijakotyöryhmässä, on esittänyt samansuuntaisia ajatuksia. Pro lukio ry:n jäsenistö koostuu pääasiassa eteläsuomalaisten lukioiden rehtoreista ja kattavuus lie-nee alle kymmenesosa kaikista maamme lukioista. Yhdistys kuitenkin pyrkii edustamaan koko lukiokenttää suhteessa poliittisiin päättäjiin ja ylimpään kouluhallintoon. Sen kannanottojen painoarvoa on vaikea arvioida, mutta jos ja kun sen esittämät linjaukset ovat yhdensuuntaisia kouluasioista päättävien poliitikkojen ja virkamiesten keskuudessa kytevien ajatusten kanssa, niin niillä tietenkin on merkitystä.

Lukioissa, joihin tullaan yli yhdeksikön keskiarvoilla, voidaan ongelmitta opettaa kaikille yhteisesti nykyisen pitkän matematiikan kaksi ensimmäistä kurssia. Suurin osa lukioista ei kuitenkaan voi valita oppilaitaan ”parhaat-päältä”-periaatteella, vaan niihin tullaan myös huomattavan vaatimattomilla valmiuksilla. Jos matematiikan opiskelu alkaa kahdella kaikille yhteisellä kurssilla, niin niiden sisältöjen on oltava lähellä

nykyistä lyhyttä matematiikkaa. Se taas ei anna pitkän matematiikan opiskelijoille tarvittavia laskennallisia valmiuksia jatkossa vastaan tulevien asioiden kunnolliseen omaksumiseen. Tällöin välttämätöntä peruslaskentaa on opiskeltava varsinaisten pitkän matematiikan kurssien yhteydessä, mikä auttamatta johtaa entistä enemmän oppimisen pinnallistumiseen. Käytännössä pitkän matematiikan opiskelun alkaminen myöhästyy puolella vuodella ja jää nykyistä huomattavasti suppeammaksi, mäkihyppytermejä käyttäen: ponnistus myöhästyy, hyppy ei saa ilmaa alleen ja jää lyhyeksi.

Viime aikoina on tiedotusvälineissäkin kiinnitetty huomiota korkeakouluissa aloittavien opiskelijoiden huonontuneisiin matematiikan taitoihin. Aamulehdessä julkaistussa artikkelissa [2] todetaan, että Tampereen teknillisen yliopiston aloittavista joka kuudes joutuu alkajaisiksi matematiikan tukiopetukseen. Toimittajan haastattelema TTY:n matematiikan laitoksen johtaja, professori Seppo Pohjolainen toteaa, että ”yliopistolla olisi parempaakin tekemistä kuin kerrata lukion matematiikkaa”. Sopii toivoa, että korkeakoulut nyt lukion tuntijaon ollessa valmisteluvaiheessa ottavat selkeästi kantaa matematiikan oppimisen puolesta ja torjuvat kannanotoissaan mielettömät suunnitelmat kaikille lukiolaisille yhteisistä matematiikan kursseista.

Nyky-yhteiskunnassa miltei kaikki tarvitsevat oman elämänsä hallinnassa jonkin verran matemaattista osaamista, ja humanistisiltakaan aloilta tuskin löytyy lukion jälkeistä opiskelupaikkaa, jossa voisi välttää esimerkiksi tilastolliset menetelmät. Lukion tulevassa tuntijaossa ja opetussuunnitelmassa on siis ratkaistava

miten matematiikkaa tai laskentoa voi opettaa henkilöille, jotka eivät peruskoulussa viettämänsä yhdeksän vuoden aikana ole oppineet edes peruslaskutoimituksia muuttujan käsitteestä ja kirjaimilla laskemisesta puhumattakaan. Lukiossa luonnollisesti lyhyt matematiikka on tällaisille oppilaille ainoa oikea vaihtoehto. Sen valitsevat yleensä myös ne, joita matematiikka ei liiemmin kiinnosta mutta joilla ei ole omaksumisvaikeuksia. Oppilasjoukko on siis varsin heterogeeninen, mikä vaikeuttaa opetuksen suunnittelua. Kaikkien olisi saatava myöhemmässä elämässä tarvitsemiaan valmiuksia. Lyhyen matematiikan opetussuunnitelman laatiminen, oppimateriaalien valmistaminen ja opetus onkin haastavampaa kuin pitkän matematiikan opetuksen suunnittelu, sillä siinä voidaan edetä suoraviivaisesti kirjoituksessa [3] esitettyjä sisältöjä seuraten. Seuraavassa pohditaankin lyhyen matematiikan oppimäärää ja opetusjärjestelyjä ainoastaan yleisellä tasolla.

Nykyinen lyhyt matematiikka ei kaikilta osin ole järkevä kokonaisuus eikä se anna riittäviä valmiuksia jatkoopinnoissa vastaan tulevien laskennallisten menetelmien omaksumiseen. Jo nimitys ”lyhyt matematiikka” pitää sisällään ajatuksen, että kyseessä on lyhennelmä ”pitkästä matematiikasta”, jonka tavoitteet ovat toiset ja yleishyödyllistä laskentaa korkeammalla. Siksi olisi parempi että määreet poistettaisiin, pitkää matematiikkaa kutsuttaisiin yksinkertaisesti matematiikaksi ja lyhyttä matematiikkaa vaikkapa laskennoksi. Lukion aloittava saisi siis valittavakseen matematiikan tai laskennon, tietenkin täydellä vaihto-oikeudella. Laskennon opetus on perustettava nykyistä kattavammin laskinten ja tietokoneiden varaan, joten oppiainetta olisi ehkä parempi kutsua *e-laskennoksi*. On nimittäin tunnustettava se tosiasia, että kaikki lukioon tulevat eivät opi peruslaskutoimituksia, lausekkeiden käsitteilyä eikä yksinkertaistenkaan yhtälöiden ratkaisemista. Nämä asiat on luonnollisesti käytävä opetuksessa läpi mutta niin, että oppilaat tekevät laskunsa miltei yksinomaan symbolista laskinta käyttäen. Oppimisen painopiste siirtyy lausekkeiden sieventelyistä ja yhtälöiden ratkaisemisesta niiden oikeinkirjoitukseen ja vastaus-ten järjestyksen arviointiin. Laskemisesta säästyvä aika voidaan käyttää ongelmien matemaattiseen mallinnukseen. Tämä voi jopa lisätä kiinnostusta matemaattisia asioita kohtaan. Todennäköisyyslaskennan, geometrian, trigonometrian ja jopa differentiaalilaskennan alkeet kuuluvat luonnollisesti e-laskennon oppimäärään, ja niissäkin hyödynnetään laskinta maksimaalisesti laskutekniset vaikeudet ohittaen. Syventävänä kurssina voidaan opiskella tilastollisia menetelmiä kuten nykyisinkin. Vektorioppi olisi hyvä liittää tilastomatematiikkaan n -ulotteisena. Näin esimerkiksi korrelaatiokertoimen käsitteilyyn saataisiin geometrista perspektiiviä. Toisena syventävänä kurssina voisi olla integraalilaskenta. Se tulisi esittää deskriptiivisesti ilman integraalifunktiota. Kurssilla yksinkertaisesti todettaisiin, että koordinaatistossa käyrän ja vaaka-akselin rajoitta-

ma pinta-ala voi esittää melkein mitä tahansa suuretta kappaleen kulkemasta matkasta todennäköisyyteen tai rakennusprojektin nielemän rahan määrään, minkä jälkeen tällaisia tilanteita voidaan mallintaa yksinkertaisissa tapauksissa ja laskea näin saatavat integraalit laskimella. Tästä olisi hyötyä ainakin niille, jotka päätyvät amk:n teknisille opintolinjoille tai kamppailevat humanististen tai yhteiskunnallisten alojen tilastokursseilla jatkuviin satunnaismuuttujiin perustuvien tilastollisten testien kanssa.

Oppituntien sujuvuuden kannalta on olennaista, että opetusryhmässä on kaikilla samanlainen laskin. Koulujen tulisi oppikirjatietojaan julkaistessaan ilmoittaa myös minkä merkisiä laskimia tullaan käyttämään. Oppikirjojen tekijöiden olisi laadittava sähköisistä materiaaleistaan yleisimmille laskinmerkeille räätälöidyt versiot. Ei liene ylivoimaista laskea samat esimerkit useammalla laskimella ja sijoittaa suoritusten pdf-versiot kustantajan sivuille oppilaiden nykyaikaisiin rihvelitauluihin ladattaviksi.

Matematiikan yhteiskunnallinen arvo ja merkitys on yleisesti tunnettua ja tunnustettua, minkä vuoksi tunnetaan oudolta, että korkeimman yleissivistävän koulun päättökokeen voi suorittaa osallistumatta jonkintasoiseseen matematiikan kokeeseen. Sivistysvaltion tunnukset eivät täyty, ellei matematiikka jossakin muodossa ole äidinkielen rinnalla ylioppilaskirjoitusten pakollisena osana. Pakollisuus toisi merkittävää ryhtiä opiskeluun. Oppimistulokset paranisivat kun olisi pakko opiskella. Pakko on tässä tulkittava lähinnä välttämättömyydeksi. Oppilaathan eivät ole koulussa asiakkaina vaan tekemässä työtä, jotta he voisivat aikanaan ottaa haltuunsa teknistyneen yhteiskuntamme monimutkaisine toimintoineen. Se edellyttää itse kultakin kykijensä mukaisia matemaattisia tai ainakin laskennallisia valmiuksia. Joutuuhan ajokortin suorittajakin opiskelamaan liikennesäännöt eikä kukaan ole siitä mieltään pahoittanut.

Viitteet

- [1] *Pro lukion yhdistyskokous 17.5.2013 hyväksytty kannanotto lukiouudistukseen*, http://peda.net/img/portal/2829003/Pro_Lukio_kannanotto_17.5.2013.pdf
- [2] *Joka kuudes teekkari joutuu heti kertaamaan*, Aamulehti 30.4.2013.
- [3] *Pitkän matematiikan opetussuunnitelmasta*, http://solmu.math.helsinki.fi/2013/2/paak_2_13.pdf

Markku Halmetoja