

## Perusopetuksen tuntijakoesityksestä

### Matematiikan tuntimäärää ei sentään vähennetä

Perusopetuksen tuntijakoa miettinyt työryhmä on julkaissut raporttinsa [1] ja asia viedään päätökseen kuluun kevään aikana. Sisältökysymykset ratkaistaan myöhemmin opetussuunnitelmien tekemisen yhteydessä, mutta matematiikan asemaa tulevassa peruskoulussa voi arvioida jo annetun esityksen pohjalta. Työryhmä lienee ollut tietoinen LUMA-raportissa [2, s. 16] todetusta matematiikan tuntimäärän pienuudesta. Suomen peruskoulussa matematiikan opiskeluun käytetään keskimäärin 2,6 viikkotuntia, kun eurooppalainen keskiarvo on 4,3 tuntia. Tästä huolimatta oppituntimäärä on esityksessä ennallaan. Onneksi työryhmä kuitenkin toteaa, että ”perusopetuksessa matematiikkaan varattua vähimmäistuntimäärää ei tulisi laskea.”

### Eriyttäminen on välttämätöntä

Suomalaisesta peruskoulujärjestelmästä pyritään eräiden lehtitietojen mukaan tekemään uusi vientituote. Sen markkinointi edellyttää menestymistä PISA-testeissä, mikä luo painetta laatia opetussuunnitelmat niitä silmälläpitäen. Tällöin on vaarana, että jatkoopinnoissa tarvittavat *todelliset* valmiudet unohtuvat lopullisesti. PISA-matematiikka on pääasiassa matematiikan lukutaitoa, mikä tarkoittaa suuruusluokkien arviointia, graafisten esitysten tulkintaa ja erilaisten laskentamallien antamien tulosten tarkastelua. Tämä

tärkeä kansalaistaito ei kuitenkaan riitä matematiikkaa syvällisemmin edellyttäviin jatko-opintoihin, missä oleellisinta on se, mistä tuntijakotyöryhmä raportissaan toteaa: ”Algebran ja geometrian osaamisen on sen sijaan todettu olevan heikkoa.” Työryhmä ei ilmeisesti ole kuitenkaan *ymmärtänyt* kirjoittamaansa lausetta, sillä esityksestä puuttuu edellisen vaalikauden viime hetken poliittisissa myrskyissä kaatuneen tuntijakoesityksen sisältämä mahdollisuus pariin eriyttävään matematiikan kurssiin, joilla nimenomaan voitaisiin opiskella puuttuvia algebran ja geometrian taitoja. Toivottavasti päättäjillä on riittävästi kaukonäköisyyttä ja asiantuntemusta eriyttämismahdollisuuden palauttamiseen, sillä siinä on kyseessä loppujen lopuksi korkeakoulujemme taso ja työpaikkojen säilyminen kotimaassa, kuten mm. LUMA-sanomissa käydyissä keskusteluissa on moneen kertaan todettu.

### Matematiikkakin on taidetta

Tuntijakotyöryhmän raportissa esitetään taito- ja taideaineiden aseman parantamista. Valitettavasti ei yleisesti ymmärretä, että matematiikkakin kuuluu tähän aineryhmään. Miksi matematiikka on myös taidetta? Siksi, että monet matemaattiset totuudet ovat hyvin kauniita ja niiden löytäminen edellyttää luovaa ajattelua. Luovuuteen päästään parhaimmillaan jo peruskoulun matematiikassa, sillä miltei poikkeuksetta keskimääräistä vaativammille harjoitustehtäville löytyy useita toisistaan poikkeavia ratkaisutapoja. Mutta voi-

Pääkirjoitus

daanko koulumatematiikassa päästä näkemään *todella kauniita* matematiikan tuloksia? Kyllä; seuraavassa muutama esimerkki.

Kertotaulua opeteltaessa havaitaan, jos jätetään yksöllä kertomiset huomiotta, että tietyt luvut eivät koskaan esiinny vastauksina. Tällaiset luvut ovat alkulukuja. Jokainen positiivinen kokonaisluku voidaan esittää alkulukujen tulona, jolloin alkuluvut tulkitaan yksitekijäisiksi tuloiksi. Kreikkalainen matemaatikko Eukleides todisti jo yli 2000 vuotta sitten, että alkulukuja on ääretön määrä. Tulokseen johtava ajatuskulku on yksi matematiikan kauneimmista ja peruskoululaisen tavoitettavissa:

*Olko*  $p_1, p_2, \dots, p_n$  *äärellinen joukko alkulukuja. Tällöin luku*

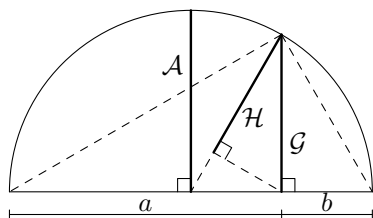
$$m = 1 + p_1 p_2 \dots p_n$$

*ei ole jaollinen yhdelläkään niistä, sillä jokaisesta jakolaskusta  $m : p_i$  jää jakojäännökseksi ykkönen. Koska  $m$  kuitenkin voidaan esittää alkulukujen tulona, on olemassa muitakin alkulukuja kuin nuo mainitut. Siis mikään äärellinen alkulukujoukko ei sisällä kaikkia alkulukuja.*

Eräissä lukion oppikirjoissa todistetaan algebrallisesti kahden positiivisen luvun aritmeettisen, geometrisen ja harmonisen keskiarvon välinen suuruusjärjestys

$$\mathcal{H} \leq \mathcal{G} \leq \mathcal{A}.$$

Tämä epäyhtälöketju yhtäsuuruusehtoineen voidaan päätellä myös geometrisesti oheisen kuvion avulla.



Jatko-opintojen kannalta onkin erinomaisen tärkeää, että oppilas tajuaa algebran ja geometrian välisiä yhteyksiä.

Yllä todettiin, että alkulukuja on ääretön määrä. Niiden ominaisuuksia tutkitaan lukiossa lukuteorian kursilla. Siellä todistetaan esimerkiksi, että jos  $a$  on mikä

tahansa kokonaisluku ja  $p$  on alkuluku, niin  $a^p - a$  on jaollinen luvulla  $p$ , eli

$$a^p \equiv a \pmod{p}.$$

Tässä kauneus ja hyöty kulkevat käsikädessä, sillä tämän yhtälön taustalla oleviin ajatuksiin perustuu mm. eräs nykyaikainen tiedonsalausalgoritmi.

Matematiikkaa opiskeltaessa ja opetussuunnitelmia laadittaessa ei ole mielekästä alati kysellä, missä mitkin osa-alueita tarvitaan ja mitä hyötyä mistäkin yksityiskohdasta on. Se on yhtä turhaa kuin veden pumpaaminen karille ajaneen laivan alle. Jos veden pinta nousee ja vuotoja ei ole, niin laiva irtoaa karilta. Jos matematiikkaa opiskellaan avoimella mielellä oppiaineen omaa logiikkaa noudattaen, saavutetaan automaattisesti valmiudet tarttua vaativiinkin sovelluksiin.

## Uusi professuuri

Helsingin yliopistoon on nimitetty sen historian ensimmäinen matematiikan opettajankoulutuksen professori. Virkaan kutsutun matematiikan tohtori Juha Oikkosen mielenkiintoinen haastattelu on luettavissa LUMA-sanomissa [3]. Solmun toimitus onnittelee uutta profesoria nimityksen johdosta ja toivoo syvenevää yhteistyötä yhteisten ongelmien voittamiseksi.

## Viitteet

- [1] [http://www.minedu.fi/OPM/Julkaisut/2012/Tulevaisuuden\\_perusopetus.html](http://www.minedu.fi/OPM/Julkaisut/2012/Tulevaisuuden_perusopetus.html)
- [2] LUMA – Suomen menestystekijä nyt ja tulevaisuudessa  
[http://www.oph.fi/instancedata/prime\\_product\\_julkaisu/oph/embeds/110468\\_luma\\_neuvottelukunnan\\_muistio\\_2009.pdf](http://www.oph.fi/instancedata/prime_product_julkaisu/oph/embeds/110468_luma_neuvottelukunnan_muistio_2009.pdf)
- [3] <http://www.luma.fi/artikkelit/1093/tuore-matematiikan-opettajankoulutuksen-professori-kaipaa-opetukseen-lisaae-mielekyyttae-ja-kohtaamisia>

**Markku Halmetoja**