



Suomen matematiikan tähtinimet¹

Matti Lehtinen

Helsingin yliopisto

Kaikenlaisen toiminnan tuloksellisuuden arviointia pidetään aina vain tärkeämpänä. Ja suomalaiset ovat aina kovin kiinnostuneita tietämään, mikä on meidän rankingimme erilaisilla listoilla. Suomen matematiikan-opetuksen kärkimaaksi tehnyt ”PISA-tutkimus” on antanut ilonaiheita poliitikoille ja opetushallinnolle.

Suomen matematiikan tutkimuksen nykytilaakin ovat asiantuntevat kansainväliset arvosteluraadit käyneet tarkastelemassa. Otetaan nyt vielä rohkeampi tavoite ja yritetään selvittää suomalaisten matemaatikkojen panosta maailman matematiikalle historiallisestakin perspektiivistä. Jotta arvio ei olisi aivan subjektiivinen, olisi hyödynnettävä jonkinlaista kansainvälistä arvosteluraatia. Mistä sellainen? Yksi huokea tapa poimia kansainvälistä arvostusta nauttivat suomalaismatemaatikot on katsella arvostettujen matematiikan historian monografioiden ja matemaattisten hakuteosten henkilöhakemistoja. Keitä ovat tällaisen ”kansainvälisen raadin” tunnustamat suomalaismatemaatikot ja millä ansioilla he ovat listoille päässeet?

Matematiikan yleishistorioiden osalta tulos on laiha. Tavallisimmissa matematiikan historian oppikirjoissa ei esiinny suomalaisnimiä juuri ollenkaan.

Muutama poikkeus toki on. *Florian Cajorin History of Mathematics* mainitsee 1919 ilmestyneessä toisessa painoksessaan *Lorenz Lindelöfin* ja *Jarl Lindbergin*, ja *Leonhard Euleria* käsittelevät teokset tunte-

vat yleensä *Anders Lexellin*. Vuonna 1921 ilmestynyt *Sir Thomas Heathin* monumentaalinen **A History of Greek Mathematics** tietää kertoa, että toisin kuin yleensä uskotaan, suomalainen, Turun Akatemian matematiikan professori *Martin Johan Wallenius* (1731–73) saattoi vuonna 1766 päätökseen erään matematiikan historian tärkeimpiin kehityslinjoihin kuuluneen ongelman selvittelyn. Kyseessä on ongelma euklidisiin keinoihin neliöitävistä ympyräkaksikulmiokuvioista. 400-luvulla eKr. elänyt *Hippokrates Khioslainen* osoitti, että se kahta kuunsirppiä muistuttava kuvio, jota rajoittavat ne puoliympyrät, joiden halkaisijat ovat suorakulmaisen kolmion hypotenuusa ja kateetit, on pinta-alaltaan sama kuin sen pohjana oleva suorakulmainen kolmio. Juuri tämä tieto kannusti tutkimaan ympyrän neliöimisen mahdollisuutta, kysymystä, joka oli avoin aina 1870-luvulle asti. Wallenius osoitti, että Hippokrateen kuunsirpeille analogisia olennaisesti erilaisia neliöitäviä sirpikuvioita on kaikkiaan viisi erilaista.

Anders Lexell (1740–84) on ensimmäinen kansainväliseen maineeseen noussut matematiikan suomalainen. Varsinaissuomalainen Lexell opiskeli ensin Turun Akatemiassa mutta siirtyi pian Pietariin, jonka tiedeakatemia jättihahmo oli sokeutuva *Leonhard Euler*. Euler tarvitsi huikean laajan tuotantonsa kirjuriksi assistentteja, joista yksi oli Lexell. Lexell ei kuitenkaan ollut vain puhtaaksikirjoittaja, vaan hänen omat ansionsa sekä differentiaaliyhtälöiden tutkimuksessa et-

¹Muokattu vuonna 2001 ilmestyneeseen SMFL:n 40-vuotisjulkaisuun *Työvälineitä tietoyhteiskuntaan* kirjoitetusta artikkelista.

tä tähtitieteellisten laskujen suorittamisessa olivat niin suuret, että hän peri Eulerin aseman Pietarin tie-deakatemian matemaatikkona tämän kuoltua. Lexellillä oli oma sivuroolinsa eräässä tärkeässä luonnontieteen maailmankuvaa muovanneessa tapahtumaketjussa. Hän oli ensimmäinen, joka osoitti laskelmillaan, että William Herschelin taivaalta löytämä himmeä liikkuva kohde ei ollut komeetta vaan planeetta, Uranus. Antiikin ajoista vallinnut käsitys maata kiertävistä seitsemästä taivaankappaleesta kumoutui.

Lorenz Leonard Lindelöf (1827–1908) oli monipuolinen mies. Matematiikassa hänen alansa oli *variaatiolaskenta*, yksi matemaattisen analyysin päätutkimuskohteita 1700-luvulla ja 1800-luvun alkupuolella. Lindelöfin tieteellisistä tuloksista muistettavin on saksalaisen Jakob Steinerin tietyn tilavuusisistä monitahokkaista pinta-alaltaan pienintä koskeneen oletaman todistus. Lindelöf julkaisi Pariisissa ranskankielisen variaatiolaskennan oppikirjan, joka oli pitkään käytössä monissa Euroopan yliopistoissa. Lindelöf siirtyi Helsingin yliopiston matematiikan professuurista Kouluvylihallituksen, nykyisen Opetushallituksen edeltäjän, johtajaksi. Hän ehti olla edustajana säätyvaltiopäivillä kolmessa eri säädysssä: yliopiston edustajan pappissäädysssä, sitten porvaristossa ja viimein aateloituna² aatelissäädysssä, vieläpä säädyn puheenjohtajana eli maamarsalkkana.

Pysyvän aseman matematiikan nimistössä on saanut monipuolinen *Jarl Lindeberg* (1876–1932). Cajori mainitsee Lindebergin variaatiolaskennan yhteydessä, mutta varsinaisen maineensa Lindeberg on saanut toisaalta. Helsingin yliopiston matematiikan apulaisena³ toimineen Lindebergin tehtäväksi tuli 1920-luvun alussa opettaa todennäköisyyslaskennan kurssia. Perusteellisena henkilönä hän ei luottanut lähteisiinsä, vaan pyrki selvittämään asiat itsenäisesti. Tämä perusteellisuus tuotti tulosta todennäköisyyslaskennan keskeisen raja-arvolauseen kohdalla. Kauan on ollut yleisesti tunnettu ja hyväksytty käsitys, jonka mukaan usean satunnaisuuttujan summa on likimain normaalijakautunut. Lindeberg todisti tämän täsmällisesti hyvin yleisin oletuksin. Tulos julkaistiin *Mathematische Zeitschrift*issä. – Eräs 1900-luvun nerokkaampia ja kuuluisimpia matemaatikkoja, englantilainen *Alan Turing* (1912–54), oli 1930-luvulla Cambridgessä saanut opinäytetyökseen todennäköisyyslaskennan keskeisen raja-arvolauseen. Turing, joka ei myöskään juuri harrastanut lähdetutkimusta, löysi itsekseen Lindebergin todistuksen ja laati työnsä. Vasta ollessaan jättämässä sitä professori *Abram Besicovitchille* hän sai kuulla, että todistuksen on jo julkaissut ”joku Lindeberg”, niin kuin Turingin suomennetunkin elämäkerran kirjoittaja *Andrew Hodges* mainitsee. Turingin työ kelpuutettiin

kuitenkin.

Hakuteosten nimistöä

Kun historiankirjoista ei ole apua Suomen matematiikan arviointiin, voi lähteä tarkastelemaan tietoverkkoa ja hakuteoksia.

Internetin merkittävin matematiikan historian aineistokooste, ainakin mitä matematiikan henkilöihin tulee, on skotlantilaisen St. Andrews -yliopiston sivusto <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>. Sivustolta voi katsoa suoraan sinne kirjatut matemaatikot syntymäpaikan mukaan. Sivustolta löytyy (joulukuussa 2010) seitsemän sellaista matemaatikkoa, jonka syntymämaaksi on merkitty Suomi: Anders Lexellin lisäksi Ernst Lindelöf, Lars Ahlfors, Hjalmar Mellin, Rolf Nevanlinna, Karl Sundman ja Juha Heinonen. Vertailun vuoksi: sivustolla on 15 norjalaisen, 17 ruotsalaisen ja 23 tanskalaisen matemaatikon elämäkerrat.

Vuonna 1987 Reidel-kustantamon julkaiseman alunperin neuvostoliittolaisen moniosaisen ja arvostetun **Encyclopedia of Mathematicsin** henkilöluettelo tuntee seuraavat suomalaiset: Lars Ahlfors, Felix Iversen, Kustaa Inkeri, Jarl Lindeberg, Ernst Lindelöf, Lorenz Lindelöf, Hjalmar Mellin, E. J. Nyström, Rolf Nevanlinna ja P. J. Myrberg. (Hakusanojen tarkastelu osoittaa kuitenkin, että viittaus Lorenz Lindelöfiin tarkoittaa itse asiassa Ernst Lindelöfiä). MIT Pressin ja American Mathematical Societyn kaksiosaisen, alkuaan japanilaisen **Encyclopedic Dictionary of Mathematicsin** (1977) hakemisto puolestaan mainitsee nimet Lars Ahlfors, Felix Iversen, Matti Jutila, Olli Lehto, Y. W. Lindeberg⁴, Ernst Lindelöf, Hjalmar Mellin, Rolf Nevanlinna, Leo Sario, Aimo Tietäväinen ja K. I. Virtanen.

Integraalimuunnokset ovat tärkeä analyysin työkalu. Fourierin ja Laplacen transformaatioiden ohella tunnetuimpia integraalimuunnoksia on Mellinin muunnos. Sen esitti *Hjalmar Mellin* (1854–1933). Mellinin uran funktioteoreetikona käynnisti Helsingissä Lorenz Lindelöfin jälkeen nelisen vuotta professorina toiminut ruotsalainen *Gösta Mittag-Leffler*, sittemmin – osin suomalaisen vaimonsa kautta hankkimansa varallisuuden turvin – merkittävän uran matematiikan kansainvälisenä organisaattorina luonut ruotsalainen. Mellin itse teki virkauransa teknillisen opetuksen parissa, *Polyteknillisestä opistosta Teknilliseksi korkeakouluksi* muuttuneen oppilaitoksen matematiikan opettajana ja professorina.

²Olli Lehto on kirjoittanut Lorenz ja Ernst Lindelöfistä kaksoiselämäkerran *Tieteen aatelia* (Otava 2008).

³Virkanimike *apulainen* muuttui aikanaan *apulaisprofessoriksi* ja sitten *professoriksi*.

⁴Tekstin siirtyminen japanin kielen kautta selittää Jarl Lindebergin oudon etunimen alkukirjaimen ja Matti Jutilan nimen italialaisvaikutteisuuden. Samalla nähdään, että herrat eivät ole olleet kääntäjille ja toimittajille tuttuja.

Ajallisesti seuraava kansainvälisiltä listoilta löytyvä suomalaismatemaatikko on *Ernst Lindelöf* (1870–1946). Ernst oli Lorenzin poika ja tämän tavoin haki kansainväliset oppinsa Pariisista. Ernstkin julkaisi Pariisissa ranskankielisen oppikirjan, jonka aiheena oli residylaskenta, kompleksifunktioiden teorian tarjoama keino reaalisten integraalien määrittämiseksi. Mittag-Lefflerin Suomeen lanseeraama funktioteoria oli Lindelöfin merkittävimpien tieteellisten saavutusten alue. Lindelöfin tutkimukset kohdistuivat mm. analyttisten funktioiden kasvuun. Erityisen usein mainitaan Lindelöfin yhdessä ruotsalaisen *Lars Edvard Phragménin* (1863–1937) kanssa todistamaa lausetta analyttisen funktion kasvusta sektorinmuotoisessa alueessa. Lindelöfin nimi on saanut pysyvän sijan myös pistejoukkojen topologiassa: ns. avoimen peitteen numeroituvaa osapeitettä koskeva tulos on antanut aiheen kutsua tietynlaisia topologiaa avaruuksia Lindelöf-avaruuksiksi. Jotkut topologit ovat alkaneet pitää käsitettä siinä määrin tuttuna, että kirjoittavat sanan Lindelöf pienellä alkukirjaimella.

Funktioteoria – suomalaista matematiikkaa

Suomen matematiikan kansainvälisenä tavaramerkkinä oli pitkään *funktioteoria*. ”Arviointipaneelimme” nimistä funktioteoreetikkoja on epäilemättä *Felix Iversen* (1887–1973), jonka tieteellinen tuotanto ei ole kovin laaja, mutta jonka analyttisten funktioiden asymp-totottisia arvoja koskeva tulos omaa pysyvää arvoa. Iversen oli vakaumuksellinen pasifisti, ja hänen toimintansa tämä puoli tuotti harvinaislaatuisen tunnustuksen. 1950-luvun alussa Iversen sai vastaanottaa ns. Stalinin palkinnon.

Suomen funktioteorian suurmies on *Rolf Nevanlinna*⁵ (1895–1980), Ernst Lindelöfin oppilas. Rolf Nevanlinna kehitti – paljolti yhdessä veljensä *Frithiofin* (1894–1977) kanssa – analyttisten funktioiden kasvua koskevan teorian olennaisesti yleisemmäksi ja tarkemmaksi meromorffifunktioiden arvojenjakautumisopiksi. Nevanlinnan keskeiset työt ilmestyivät 1920-luvun puolivälissä. Nevanlinnan ideoita on sittemmin yleistetty eri tavoin, ja funktioteorian kansainvälisissä jaotteluisa arvojenjakautumisoppi tai sille lähes synonyyminen *Nevanlinnan teoria* on edelleen tärkeä ja aktiivinen tutkimuskohde.

Nevanlinnan aikalaisen *Pekka Myrbergin* (1892–1976) maininnat kansainvälisillä listoilla eivät niinkään perustu hänen sinänsä ansiokkaisiin töihinsä vuosisadan vaihteen molemmin puolin ajankohtaisen automorfifunktioiden teorian alalla, vaan hänen itsensä hii-

kan sivutuotteina pitämiinsä toisen asteen polynomien iterointia koskeviin töihinsä, joita hän julkaisi 1950-luvulla ollessaan vahvasti hallintotehtävien kuormittamana. Myrbergin työt ennakoivat parina viime vuosikymmenenä kovasti muodissa ollutta fraktaalien teoriaa. – Myrberg oli nopea: hän sai tiedon saksalaisen Jablonowski-seuran julistamasta nelivuotisesta kilpailusta viimeisen kilpailuvuoden aikana vuonna 1922 ja voitti kilpailun. Göttingenissä vieraillessaan hän kuului järjestäneen matemaatikoille 100 m juoksukilpailun, jonka hän myös itse voitti.

Matematiikka ei välttämättä periydy isältä pojalle, kuten Lindelöfin tapauksessa, mutta kylläkin opettajalta oppilaalle. Rolf Nevanlinna oli Ernst Lindelöfin tohtorioppilas, ja Rolf Nevanlinnan ensimmäinen ja merkittävin tohtorioppilas oli *Lars Ahlfors* (1907–1996). Ahlfors löi itsensä läpi varsin nuorena ratkaistuaan hämmästyttävän lyhyessä ajassa ranskalaisen *Arnaud Denjoyin* (1884–1974) esittämän pitkään avoinna olleen ongelman. Ahlfors kilpailee Nevanlinnan kanssa kansainvälisesti tunnetuimman suomalaismatemaatikon asemasta. Hän oli vuodesta 1946 Harvardin yliopiston matematiikan professori – seikka joka tuntui unohtuneen vuoden 2000 keväällä Harvardia päiväkohtaisten syiden vuoksi esitelleiltä journalisteilta⁶. Ahlfors tullaan muistamaan monia funktioteorian puolia käsitelleiden tutkimusten ja suositun funktioteorian oppikirjan lisäksi ensimmäisenä *Fieldsin mitalin* saajana. Tätä matemaatikkojen piirissä Nobelin palkinnon tavoin arvostettavaa tunnustusta on jaettu vuodesta 1936 alkaen joka neljäs vuosi yleensä kahdelle alle 40-vuotiaalle matemaatikolle. Lars Ahlfors on ainoa palkinnon saanut suomalainen.

Funktioteorian piiriin liittyy myös *Leo Sarion* (1916–2009), *Olli Lehdon* (s. 1925), *K. I. Virtasen* (1921–2006) ja huomattavasti nuorempaan ikäpolveen kuuluvan *Juha Heinosen* (1960–2007) työ. Pitkään Kalifornian yliopistossa vaikuttaneen Sarion tutkimusten pääkohteena olivat Riemannin pinnat. Lehdon ja Virtasen vuonna 1965 saksankielisenä ilmestynyt kvasikonformikuvauksia käsitellyt monografia oli pitkään tämän funktioteorian osa-alueen perusteos. Olli Lehto on myös ollut merkittävä hallintomies, Helsingin yliopiston rehtori ja kansleri, ja näkyvä vaikuttaja matemaatikkojen kansainvälisissä organisaatioissa. Helsingissä vuonna 1978 pidetty Kansainvälinen matemaatikkokongressi, aikanaan suurin Suomessa pidetty kansainvälinen tieteellinen tapahtuma, oli olennaisesti Olli Lehdon aikaansaannosta.

⁵Myös Nevanlinnasta löytyy Olli Lehdon kirjoittama elämäkerta *Korkeat maailmat* (Otava 2001).

⁶Tuolloin tasavallan presidentin vaalissa toiselle sijalle tullut *Esko Aho* poistui Suomesta opiskelemaan Harvardiin ja esimerkiksi Suomen Kuvalehti kirjoitti laajan artikkelin suomalaisista Harvardissa. Lars Ahlforsia ei mainittu ollenkaan.

Soveltajia ja lukuteoreetikkoja

Kaikki listoillemme päässeet suomalaiset eivät toki ole funktioteoreetikkoja. Ahlforsin tapaan myös *Karl V. Sundman* (1873–1949) saavutti myös kansainvälisen maineensa kuuluisaan ongelmaan liittyvillä töillä. Kyse oli tähtitieteestä, taivaanmekaniikasta. Newtonin lakien perusteella ei ole kovin vaikeaa laskea täsmällisesti kahden toisiinsa painovoimalla vaikuttavan taivaankappaleen radat, mutta asia mutkistuu olennaisesti heti, kun mukaan otetaan kolmas kappale. Sundman pystyi esittämään tälle *kolmen kappaleen ongelmalle*, jota mm. 1900-luvun taitteen etevimpiin matemaatikkoihin kuulunut *Henri Poincaré* (1854–1912) oli suuremmalta menestyksestä yrittänyt ratkaista, suppeneviin sarjoihin pohjautuvan ratkaisun. Sundman esitti myös jo 1910-luvulla suunnitelmia tähtitieteellisiä laskuja suorittavasta analogisesta tietokoneesta.

E. J. Nyström (1895–1960) oli Teknillisen korkeakoulun professori, jonka monet insinööripolvet muistavat deskriptiivisen geometrian opetuksesta ja lempinimestä Tonttu. Nyströmin maininta kansainvälisillä listoillamme perustuu kuitenkin hänen oivallukseensa numeerisen analyysin piirissä. Nyströmin algoritmi differenti-

aaliyhtälön numeeriseksi ratkaisemiseksi on hämmästyttävän yksinkertainen ja silti tarkka – sen ainoa puute on approksimaatoratkaisun ensimmäinen askel, joka on laskettava muusta algoritmista poikkeavalla tavalla.

Turkulainen *Kustaa Inkeri* (1908–1996) oli lukuteoreetikko. Hän on listoilla töiden vuoksi, jotka liittyvät hiljattain lopullisen ratkaisun saaneeseen kuuluisaan Fermat'n hypoteesiin. Inkeri laajensi aikanaan olennaisesti sitä aluetta, josta ainakaan Fermat'n hypoteesin yhtälön ratkaisuja ei voi löytää. Turun yliopistossa ovat työskennelleet myös listoillemme nousseet lukuteoreetikko *Matti Jutila* (s. 1943) ja koodausteorian tutkija *Aimo Tietäväinen* (s. 1937).

Suomi on ollut maantieteellisesti ja henkisesti syrjäinen. On varsin ymmärrettävää, että suomalaisten osuus tämän kirjoituksen pohjana olleissa hakemistoissa on varsin vähäinen. Tilastollisesti on odotettavissa, että aivan ensimmäisen suuruusluokan matemaattisia tähtiä ei ole Suomessa syttynyt. Norjalaisilla on *Niels Henrik Abel*, ruotsalaisilla ehkä muutama korkeammalle arvostuva tutkija, mutta Suomen matematiikkakin on hyvin puolustanut paikkaansa, kuten Ernst Lindelöf kuului sanoneen hyvää työtä kiittäessään.