Kaunis kirja numeroista vai lukufloppi?

Matti Lehtinen
Helsingin yliopisto

Peter J. Bentley: Numerot. Kuinka matematiikka muutti maailmaa. Suomentanut Tommi Uschanov. Ajatus Kirjat 2009. 271 sivua.

On aina oltava iloinen, kun matematiikka saa julkisuutta. Gummerus-kustannuksen Ajatus-kirjat on julkaissut suomeksi englantilaisen tietojenkäsittelytieteilijän ja tietokirjailijan Peter J. Bentleyn kirjan *The Book of Numbers*. Kirja on kaunis ja loistavasti kuvitettu: jo kanteen on punaisen satunnaislukumaton päälle painettu kuvat galaksista, mehiläiskennosta, dollarin setelistä, valoa taittavasta prismasta, keskiaikaisesta mittalaitteen tekijästä ja Alan M. Turingista. (Kirjapainoa ei oikein pysty suoraan nimeltä kiittämään, koska ainoa tieto siitä on sijainti: Kiina.) Mutta kirjathan on tehty myös luettaviksi eikä vain selailtaviksi ja katsottaviksi. Lukukokemuksena Bentleyn kirja oli ainakin minulle pettymys. Tällainen väite on perusteltava.

Ilkeä väitöskirjan tarkastaja aloittaa huomautuksensa teoksen nimestä. Pakko on tehdä samoin. Suomen kielessä numero tarkoittaa merkkejä, joilla lukuja ilmaistaan, sellaisia kuin 1, 4, 9. Bentleyn ja yleensäkin englannin *number* on suomeksi *luku*, ja luvuista Bentley kirjoittaa. Kirjan avattuaan lukija saakin eteensä sisällysluettelon, josta ilmenee, että kirjan 15 lukua on nokkelasti nimetty lukujen avulla. ”Luku -1”, ”Luku 0”, ”Luku 1”, ”Luku $\sqrt{2}$” jne., ja koko kirjan sisältö kiertää käsitteen luku ympärillä. Tekstissä sanaa luku käytetään muutenkin oikein. Mistä siis kirjalle omituinen nimi, eikö esimerkiksi alkuteoksen nimen käännös olisi kelvannut, tai *Lukukirja*?

Mutta unohdetaan nimi ja avataan kirja kunnolla. Bentleyn lennokkaasta tyylistä saadaan maku jo kirjan luvun -1 ensimmäisistä virkkeistä ”Missä päin planeettaa sitten olemmekin, luvut viilettävät ohitsemme kuin lumimyrsky. Ajamme pitkin lukujen jokia. Kuuntelemme lukuja kuulokkeilla. Ranteessamme on vaihtuva luku.” Makuasiat ovat makuasioita, mutta kyllä tällainen lennokkuus syö jo alkuun teoksen uskottavuutta.

Kirjan toinen luku on nimetty nollan mukaan ja siinä esitellään eri tapoja kirjoittaa lukuja. Ennen pitkää tullaan paikkajärjestelmiin (kuten kymmenjärjestelmään) ja niihin liittyvään tarpeeseen ilmaista tilanne, jossa jotain kantaluvun potenssia ei luvussa ole, siis tarpeeseen keksiä nolla. Intiassahan tämä käänteentekevä oivallus varsinaisesti tapahtui. Asiaa esitellessään Bentley johtuu käsittelemään nollalla jakamisen ongelmaa, joka tietysti alkuun oli problemaattinen. Bentleyn esitys on aika omituinen. Hän on kyllä sitä mieltä, että $7/0$ on määrittelemätön ja hän tuomitsee ankarin sanoin ne, joiden mielestä $7/0$ olisi ääretön. Sitten hän kuitenkin perustelee, että $0/0$ ei ole samalla tavalla kelvoton, että $0/0$ voi olla mikä luku tahansa! Perustelussa vedotaan markiisi l’Hôpitaliin ja hänen sääntöönsä (jota ei kuitenkaan esitetä). Minusta aika harhaanjohtavaa – kyllä $7/0$:lle voi samalla tavalla kehittää raja-arvotulkintoja, joiden mukaan osamäärä olisi esimerkiksi ääretön! Nolla-lukuun sisältyy vielä lausuntoja kalenterista ja vuodesta 0. Gregoriaanisessa järjestelmässä ei Bentleyn mukaan ole nollaa, koska ”vuonna 1582 [nykyisen kalenterin käyttöönottovuonna] nolla ei ollut luku". Tekstistä voi toisaalta päätellä, että Bentley ymmärtää vuosilukujen olevan järjestyslukuja.

Kolmas luku, "0,000000001" käsittelee murtolukuja ja pieniä lukuja. Liekö suomentajan syytä omituisuus, teksti "tiedämme, että koostumme triljoonista soluista, joista kukin on noin 100000 kertaa pienempi kuin pituutemme". Vaikka unohdamme ilmaukseen "n kertaa pienempi kuin" liittyvät mielipide-erot, niin mittasuhteiden antama karkea arvio olisi, että ihmisessä olisi noin $(10^5)^3$ eli vain tuhannesosa triljoonaa solua. Tätä jälkimmäistä arviota tukevat muut lähteet. Pieniä lukuja koskevaan lukuun on Bentley vielä saanut mausteeksi ikivanhan intialaisen tekstin, joka alkaa "On olemassa 7 'ensimmäistä atomia' (*paramanu raja*) 1 pikkuruisessa pölyhiukkasessa (*renu*), 7 viimeksi mainittussa 1 pienessä pölyssä (*truti*) ..." Seitsemän kerrannaisia sisältävä ketju päättyy sormiluuhun. Bentley laskee tästä, että muinaisintialaisen ensimmäisen atomin koko on sama kuin hiiliatomin unohtaen kuitenkin, että atomit ym. hiukkaset ovat kolmiulotteisia.

Bentleyn kirjan neljäs luku, Luku 1, on omistettu ykköselle ja luonnollisille luvuille. Esittelyssä ovat täydelliset luvut, ystävälliset lukuparit ja alkuluvut. Bentley esittää myös omituisenoloisen kysymyksen "Kuinka voi tietää, että lisäämällä luonnolliseen lukuun 1 sen arvo lisääntyy luvulla 1?" Bentleyn mukaan tämä voidaan todistaa, ja todistuskin on kirjassa: määritellään luonnolliset luvut seuraajarelaation S avulla ja todistetaan, että $a + 1$ on aina $S(a)$. Oireellista on, että Bentley määrittelee seuraajarelaation yhdeksi ominaisuudeksi $a + S(b) = S(a + b)$ ikään kuin $S(a + b)$ olisi se tunnettu, jota $S(b)$:n määrittelemiseksi tarvittaisiin.

Kirjan viidennen luvun numero on $\sqrt{2}$. Siinä käsitellään irrationaalilukuja. Tästä luvusta saamme mm. sellaisen yllättävän tiedon, että "Irrationaalilukujen löytämisen myötä sellaiset muodot kuin kolmiot, neliöt ja ympyrät oli mahdollista määritellä." Tämä aasinsilta johtaakin Bentleyn esittelemään Platonin Akatemiaa, Eukleideen Alkeita ja Arkhimedesta. Päädytään algebraan, joka "oli todella tärkeä keksintö, koska sen avulla pystymme kirjoittamaan lukuja, joita emme voi kirjoittaa". Epäilemättä hieno keksintö tuollainen! (Samalta aukeamalta saamme myös tietää, että "Descartes selitti myös, miten voimme kirjoittaa suoran muotoon $y = kx + b$" ja että tuossa k on suoran kaltevuuskulma eli kulmakerroin.)

Kirjan seitsemäs luku on omistettu kakkoselle ja binääriluvuille. Babbagen kautta Bentley johtuu logiikkaan, Booleen, Russelliin ja Gödeliin sekä viimein Alan Turingiin ja tämän teoreettiseen laskulaitteeseen. Suomennoksen helmiä on Turingin koneen luonnehdinta: "Se oli käsitteellinen kone, joka kykeni suorittamaan laskettavia toimituksia."

Kahdeksas luku on saanut nimensä e:stä. Siinä käydään läpi logaritmit, Newton sekä differentiaali- ja integraalilaskenta. Kummallisuuksia on tässäkin, näytteenä seuraava valaiseva katkelma: "Integroiminen toimii toiseen suuntaan [kuin derivoiminen]. Jos tiedämme kukkulan jyrkkyyden, voimme siitä laskea sen muodon. (Toisin sanottuna integroiminen tekee mahdolliseksi laskea käyrän alla olevan pinta-alan koon)."

Kirjan yhdeksäs luku ottaa teemakseen luvun 3. Luku alkaa, samoin kuin kirjan useat muutkin luvut, uskomusten ja sanomusten esittelyllä. Metsään Bentley kyllä taitaa mennä selittäessään englannin sanan *eternity*, 'ikuisuus', olevan johdos sanasta *trinity*, 'kolminaisuus'. (*Æternitas* on jo latinassa ja palautuu 'ikää' tarkoittavaan *ætas*-sanaan.) Kolme johtaa sitten kolmioon, tietokonegrafiikankin hyödyntämään pinnan kolmiointiin ja topologiaan. Topologiaa havainnollistetaan Königsbergin siltaongelmalla; Topologia oli Eulerin innovaatio, sillä "Ennen Euleria sellaiset matemaatikot kuin Pythagoras ja Descartes olivat viettäneet kaiken aikansa kappaleiden mittojen ja kulmien parissa". Eulerin kuuluisa ratkaisu perustui siihen, että "jos graafissa on solmu, jolla on pariton määrä kaaria, graafin toisesta päästä toiseen ja takaisin ei ole mahdollista kulkea käyttäen kutakin kaarta vain kerran". Niinhän se on. – Eulerista Bentley sanoo myös, että "Hän myös popularisoi tiedettä (varsin samaan tapaan kuin tämä kirja)." Ei kai kukaan kääntynyt haudassaan?

Kolmosta seuraa luku π. Se ottaa ensin teemakseen Arkhimedeen, sitten erilaiset tavat määrittää π:n likiarvoja. Tästä siirrytään kulmiin – ja kytkennän edelliseen, kolmoslukuun tuo toteamus "kolmion kussakin kulmassa on kolme kulmaa". Samalta sivulta löytyy mesopotamialaiseen 60-järjestelmään pohjautuva perustelu kulma-asteen koolle: "He [babylonialaiset] todennäköisesti jakoivat ympyrän 60 osaan ja kunkin osan edelleen 60 osaan, jolloin tuloksena oli 360 astetta." Luku etenee sitten Ptolemaioksen, trigonometrian, aaltoliikkeen ja heilurin kautta Galilein inkvisitiooikeudenkäyntiin. Bentley osaa todella yhdistellä.

Bentley tekee π:n jälkeen harppauksen suoraan lukuun 10. Paitsi lukujärjestelmän kantalukuna 10 on tietysti merkittävä mittajärjestelmistä, joiden kehitystä Bentley seuraa. Ensimmäisiä pituuden mittayksiköjen maapallon kokoon sitomista ehdottaneita oli 1600-luvulla elänyt ranskalaine *Gabriel Mouton*. Ei hän kuitenkaan ehdottanut pituusmitan *mille* eli maili mitaksi maapallon pituusastetta, niin kuin kirjassa kerrotaan, vaan pituusminuuttia. Tämä mittahan elää edelleen meripeninkulman muodossa. Epätarkkuus jatkuu, kun Bentley pääsee metrijärjestelmään. Metri ole miljoonasosa pohjoisnavan ja päiväntasaajan välisestä etäisyydestä, kuten kirjassa todetaan, vaan kymmenesmiljoonasosa. Kymmenen sattuu olemaan kolmioluku (Ensimmäinen kolmioluku on $T_1 = 1$ ja jos T_n on n:s kolmioluku, niin $T_k = T_{k-1} + k$ kaikilla k). Tästä Bentley saa aiheen loikata esittelemään Blaise Pascalia – onhan Pascalin mukaan nimetty tunnettu kolmio (ja siinä esiintyvät myös kolmioluvut). Pascalin kolmion avulla ”voimme myös laajentaa erikoisia yhtälöitä, jotka tunnetaan binomeina”.

Kirjan luvuista minua miellyttää eniten 12. luku. Se on otsikoitu 12a:ksi ja se käsittelee – luvun 13 kautta – taikauskoa ja todennäköisyyttä.

Kirjan 13. luku hyppää matematiikan ulkopuolelle. Nimikkoluku on nyt c, valon nopeus. Käsittelyssä on valon nopeuden määritys, suhteellisuusteoria ja Albert Einstein. Valon nopeuden tärkeys perustellaan kyllä vähän kyseenalaisesti kaavalla $E = mc^2$.

Kirjan viimeiset kaksi lukua on nimetty äärettömyyden ja imaginaariyksikön mukaan. Ääretöntä lähestytään sekä matematiikan että tähtitieteen suunnasta. Viimeiseen lukuun on saatu sijoitettua Tartaglian, Cardanon ja kolmannen asteen yhtälön ratkaisun tarina. Mukaan on pujahtanut sellainenkin näkemys, että kolmannen asteen polynomin kuvaaja saattaisi olla kokonaan x-akselin ylä- tai alapuolella. Yhtälönratkaisu johtaa algebran peruslauseeseen ja Gaussiin, jonka ”todistus osoitti, että jokaiselle polynomiyhtälölle n:nnen asteen kompleksilukujen kentässä (jossa n on suurempi kuin 1) on n kompleksista ratkaisua”. Kompleksilukujen kautta tullaan vielä polynomi-iteraatioihin, jotka ovat monien kauniiden fraktaalikuvioiden lähtökohtana. Liekö suomentaja herpaantunut lopun häämöttäessä, kun viimeistä edellisellä tekstisivulla on seuraavaa: ”Jos i on esimerkiksi imaginaarinen kiertoliike, siitä pätee seuraava trigonometrinen suhde:

$$e^{i\pi} = cos\theta + i\sin\theta.''$$

Kirjan lopussa luetellaan 194 kirjallisuusviitettä. Niiden joukossa ei ole yhtään varsinaista tunnustettua matematiikan yleishistoriaa. Asiahakemiston ja matematiikan historian spiraalille taivutetun aikasuoran jälkeen tulee vielä – ikään kuin anteeksipyyntönä – kommentti siitä, että kirjassa ei ole käsitelty yhtään naista, ja kehotus naispuolisille lukijoille pyrkiä korjaamaan tilanne.

Monenmoista puutetta kirjan lukeminen näyttää paljastavan, edellä oleva luettelo on vain näyte. On kysyttävä, suhtaudunko teokseen fakki-idiootin pedanttisuudella. Matematiikan läpikäyviä ominaisuuksia ovat totuus ja täsmällisyys. Niitä odottaisi matematiikkaa popularisoivankin teoksen kunnioittavan. Tasapuolisuuden nimissä on sanottava, että kirjaa on – ainakin tekijän kotisivuilta luettavissa kommenteissa – kiitetty kiehtovaksi, helppotajuiseksi ja ihmisläheiseksi. Viime mainittu piirre tulee läpi kirjan esille siinä, että käsiteltyjen henkilöiden kohdalla otetaan melkein poikkeuksetta esiin jokin asianomaisen inhimillinen heikkous. Saamme tietää, että Johann Bernoulli oli kelju ja kademielinen, von Neumann pelkäsi kuolemaa, Claude Shannon sairasti Alzheimerin tautia, Einsteinin ja Mileva Marićin ensimmäinen lapsi syntyi ennen kuin pari avioitui, Georg Cantorin mielisairaus ilmeni Shakespearea koskeneina pakkomielteinä jne. Asioita yhdistelemään ja yksityiskohdasta toiseen siirtymään Bentley on ilmeisen taitava. Mikään matematiikan historian esitys ei varmastikaan esitä asioitaan Bentleyn järjestyksessä.

Osa Numerot-teoksen kömpelyydestä selittynee sillä, että sen suomentaja ei selvästikään ole hallinnut asiaa ja suomenkielistä terminologiaa. Hän puhuu kuviosta, kun tarkoitetaan rakennetta, viivasta, kun tarkoitetaan janaa, uskomuksesta käsityksen sijasta, kalkyylistä differentiaali- ja integraalilaskennan tilalla ja surdusluvuista juurilausekkeen sijasta. Itse riemastuin eniten siitä, että ensimmäiset tietokoneet käyttivät ”elektronisia venttiileitä”. Transistorit ja integroidut piirit ovat todella painaneet elektroniputket unohduksiin siinä kuin putkiradionkin!

Ja ne kauniit ja kehutut kuvat: osa maailman vanhimpiin matemaattisiin muistomerkkeihin kuuluvaa Rhindin papyrusta on kuvattu sivulle 31. Kuva vain sattuu olemaan ylösalaisin.

Jollain tavalla *Numerot* kolkuttaa matemaatikon omaatuntoa. Miksi tällaisen kirjan kirjoittaa matemaatikon sijasta hyvää tarkoittava ja aika paljon matematiikasta tietävä henkilö, mutta selvästi henkilö, joka ei ole ihan sisällä asioissa, joista hän kirjoittaa. Ja miksi matemaatikot pitävät niin matalaa profiilia, että kirjan kustantajalle ei tule mieleen edes tarkastuttaa suomennosta jollain asioita paremmin tuntevalla?

Muuten, huomattavasti parempi matematiikan yleistajuinen esittely- ja katselukirja on Ursan *Tiedettä kaikille* -sarjassaan vuonna 2006 julkaisema *Hannu Karttusen* – tähtitieteilijän – kirjoittama *Matematiikka*.