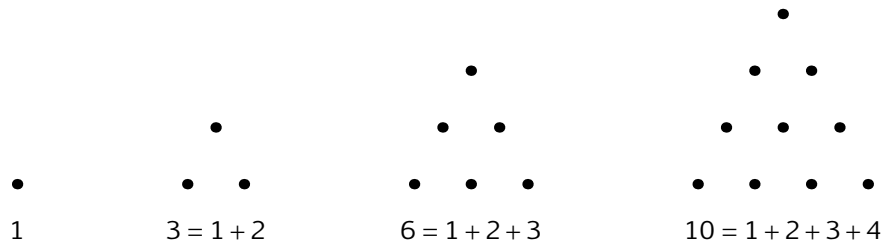


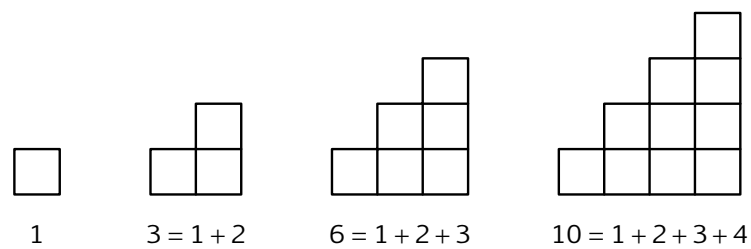
# 1. LUVUT

1) Ihmisiä ovat jo kivikaudelta lähtien kiinnostaneet erityiset kuviot, joita nykyisin tarkastelemme lukujen edustajina.

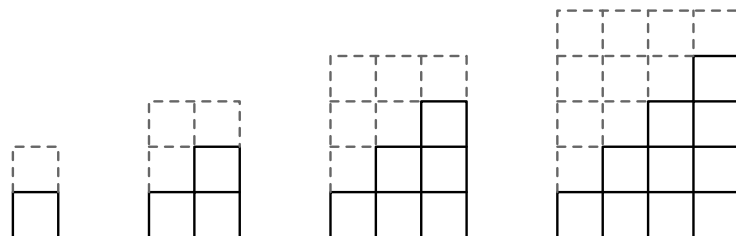
Lukuja 1, 3, 6, 10, ... nimitetään kolmioluvuiksi. Jatka kuvaa.



Kolmioluvut voidaan esittää myös näin:



Kuviot voidaan kaksinkertaistaa:



Kirjoita näin saatujen lukujen jonoa:

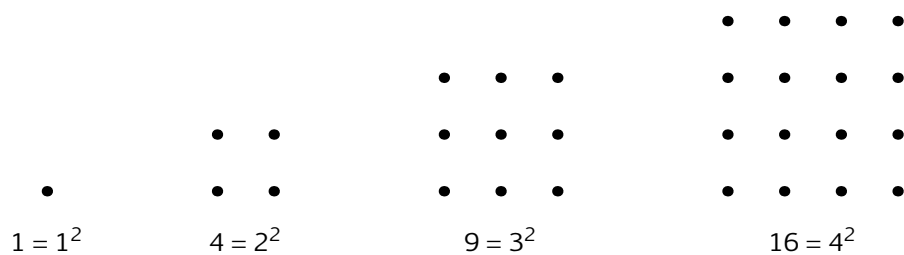
---

Mitkä luvut voidaan esittää peräkkäisten luonnollisten lukujen  $1, 2, 3, \dots, n$  summana? *Vihje: katso edellä olevia kuvia.*

---

★ 2) Tee näille luvuille yleinen lauseke: \_\_\_\_\_

3) Lukuja  $1, 4, 9, 16, \dots$  nimitetään neliöluvuiksi. Jatka kuvaa.



Mitkä ovat näiden neliölukujen neliöjuuret? \_\_\_\_\_

Perustele, miten löydät ne kuvista.

---

4) Havainnollista vastaavasti lukua 49 ja sen neliöjuurta.

5) a) Kirjoita polynomi, jonka nollakohta on  $\sqrt{2}$ : \_\_\_\_\_

b) Kirjoita yhtälö, jonka ratkaisu on  $\sqrt{2}$ : \_\_\_\_\_

6) Laske:

$$\sqrt{1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{\frac{121}{144}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{0,0025} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{0,000001} = \underline{\hspace{2cm}}$$

7) Parittomien luonnollisten lukujen summia voidaan laskea näiden kuvioiden avulla:

$\begin{array}{c} \bullet \\ \hline 1 = 1^2 \end{array}$	$\begin{array}{c} \bullet \quad   \quad \bullet \\ \hline \bullet \quad \bullet \\ 1 + 3 = 2^2 \end{array}$	$\begin{array}{c} \bullet \quad   \quad \bullet \quad   \quad \bullet \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad   \quad \bullet \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ 1 + 3 + 5 = 3^2 \end{array}$
--	---	---

Laske  $1 + 3 + 5 + 7$  tällä tavalla.

Minkä parittomien luonnollisten lukujen summa on 49?

---

### Vähän lukujen historiaa:

Luvun alkuperäinen ja ensimmäinen merkitys on lukumäärä, kappalemäärä. Se voidaan ilmaista luonnollisten lukujen avulla. Aikojen myötä lukukäsite on laajentunut. Murtoluvuilla voidaan ilmaista kokonaisuuden osia. Joissain tilanteissa kokonaisuuden osien tarkka ilmaiseminen murtoluvuin on mahdotonta, jolloin tarvitaan irrationaaliluvun ja päättymättömän desimaaliluvun käsite. Niistä opitaan enemmän lukiassa.

Aikanaan havaittiin myös, että lukuun voidaan liittää lisätieto, joka kertoo määrän lisäksi jotain myös suunnasta. Kolme omenaa voi vaihtaa omistajaa joko niin, että saan kolme, tai niin, että annan kolme. Sata euroa voi olla säästössä tai velkana. Esine voi olla kahden metrin etäisyydellä veden pinnasta, sen ylä- tai alapuolella. Jokaiseen ”perinteiseen” lukuun, sellaiseen kuin 1, 58,  $\frac{2}{3}$  tai 2,45601, liitetään uusi luku, vastaluku, jolla on seuraava ominaisuus: luvun ja sen vastaluvun summa on nolla. ”Perinteisten” lukujen, joita sanotaan positiivisiksi luvuiksi, vastalukuja merkitään kirjoittamalla luvun numeromerkkien eteen miinusmerkki:  $-1$ ,  $-58$ ,  $-\frac{2}{3}$ ,  $-2,45601$ . Näitä lukuja kutsutaan negatiivisiksi luvuiksi. Sana on alkuaan latinaa ja tarkoittaa kielteistä. Ennen kuin sana negatiivinen vakiintui, saatettiin ”perinteisten” lukujen vastalukuja nimittää kuvitelluiksi luvuiksi tai vajeusluvuiksi. Negatiivisten lukujen hyöty ei rajoitu suuntaan liittyvään lisätietoon, vaan olennaisinta on, että negatiivisilla luvuilla voi myös laskea.

Historiasta voit lukea enemmän Matti Lehtisen kirjoittamasta tekstistä Matematiikan historia, joka löytyy Matematiikkalehti Solmun verkkosivuilta [solmu.math.helsinki.fi](http://solmu.math.helsinki.fi).

Huomaa, että luvun vähentäminen on sama asia kuin sen vastaluvun lisääminen:

$$7,2 - 3 = (+7,2) - (+3) = (+7,2) + (-3) = +4,2 = 4,2$$

$$(-7) - (-4) = (-7) + (+4) = -3.$$

Näin vähennyslasku voidaan aina muuttaa yhteenlaskuksi.

- 8) Poista turhat merkit ja suorita lasku mahdollisimman helpolla tavalla.

$$(+37) - (-24) + (-52) + (-3) - (+27) + (+3) - (+14)$$

$$= \underline{\hspace{15em}}$$

- 9) Laske:

$$-4 - (-3) = \underline{\hspace{2em}}$$

$$-8963 + (-8588) = \underline{\hspace{2em}}$$

$$-4 + 3 = \underline{\hspace{2em}}$$

$$-8963 - 8588 = \underline{\hspace{2em}}$$

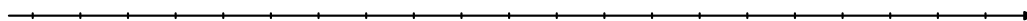
10) Mount Everestin korkeus merenpinnasta on 8 848 m. Meren syvin kohta on 11 034 m.

a) Kuinka suuri on Mount Everestin korkeus meren syvimmästä kohdasta mitattuna?

---

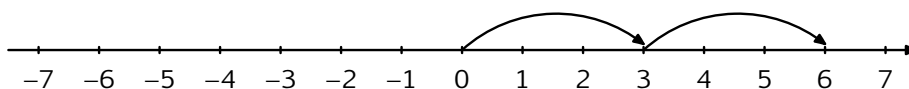
b) Piirrä kuvio:

c) Havainnollista lukusuoralla:

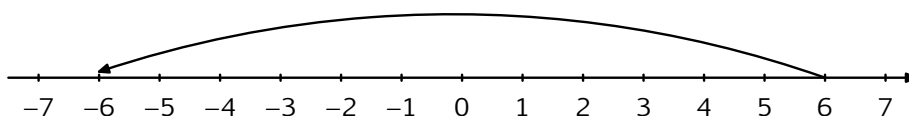


Kahden samanmerkkisen luvun tulo on positiivinen. Kahden erimerkkisen luvun tulo on negatiivinen. Tätä voidaan havainnollistaa lukusuoralla muuttamalla kertolasku yhteenlaskuksi ja ottamalla vastaluku. Esimerkiksi:

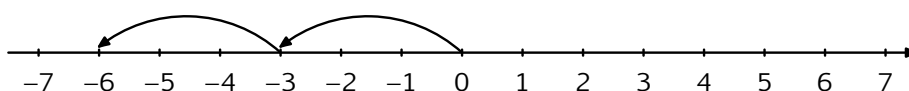
$$2 \cdot 3 = 3 + 3 = 6$$



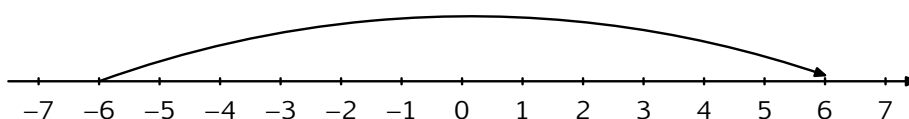
$$(-2) \cdot 3 = -(2 \cdot 3) = -6$$



$$2 \cdot (-3) = -3 + (-3) = -6$$



$$(-2) \cdot (-3) = -(2 \cdot (-3)) = -(-6) = 6.$$



11) Laske:

$$5 \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-5) \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5 \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-5) \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-2) \cdot (-2) \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

12) Mitä tarkoittaa  $(-438) : 3$ ?

---

Tarkista tuloksesi. Aikaisemmasta tiedämme, että jakolasku tarkistetaan kertolaskulla:

$$\underline{\hspace{2cm}} \cdot 3 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

Entä mitä tarkoittaa  $(-438) : (-3)$ ?

---

13) Laske ja täydennä:

$$(-7525) : (-25) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-25) \cdot \underline{\hspace{2cm}} = -7525$$

14) Laske:

$$(-2) \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 2 \cdot (-2) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-2) \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-7)^2 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 7^0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(-7)^4 \cdot 2 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -(7^4) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad (-7)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

15) Sukellusvene on syvyydessä 1 410 m, jota merkitään  $-1\,410$  m. Kapteeni käskää kohota niin, että syvyys on kolmasosa tästä. Kuinka kauan nousu kestää, jos minuutissa nousee 47 metriä?

---

16) Merkitse vertailumerkki  $<$ ,  $>$  tai  $=$ . Päätele ensin ja tarkista sitten laskemalla.

$$3^2 \square 2^2 \qquad 3 \cdot 5^2 \square 5^3 \qquad 2^7 \square (-2^3)^2$$

17) Merkitse ruutuun T, jos väite on tosi, ja E, jos väite on epätosi. Jos väite on epätosi, anna lisäksi oikea yhtälö.

$$\left(\frac{12}{13}\right)^4 = \frac{12^4}{13^4} \quad \square \quad \underline{\hspace{10em}}$$

$$(25 \cdot 14)^3 = 25 \cdot 14^3 \quad \square \quad \underline{\hspace{10em}}$$

$$(59^2)^3 = (59^3)^2 \quad \square \quad \underline{\hspace{10em}}$$

18) Mitkä luvut sopivat  $x$ :n paikalle niin, että yhtälöt ovat voimassa?

a)  $5 - x = -2$  \_\_\_\_\_ b)  $10 + x = -20$  \_\_\_\_\_

c)  $x + 0 = x$  \_\_\_\_\_ d)  $0 \cdot x = 0$  \_\_\_\_\_

e)  $x : x = 1$  \_\_\_\_\_ f)  $x - 0 = x$  \_\_\_\_\_

g)  $1 \cdot x = x$  \_\_\_\_\_ h)  $x - x = 0$  \_\_\_\_\_

Ovatko nämä yhtälöt voimassa kaikilla luvuilla? Kirjoita ne yhtälöt, jotka ovat voimassa kaikilla luvuilla tai melkein kaikilla luvuilla, käyttämällä luvuille symboleja  $a$ ,  $b$ , ...

$$\underline{\hspace{2em}} + 0 = \underline{\hspace{2em}} \quad 0 \cdot \underline{\hspace{2em}} = 0 \quad \underline{\hspace{2em}} : \underline{\hspace{2em}} = 1 \quad (\underline{\hspace{2em}})$$

$$\underline{\hspace{2em}} - 0 = \underline{\hspace{2em}} \quad 1 \cdot \underline{\hspace{2em}} = \underline{\hspace{2em}} \quad \underline{\hspace{2em}} - \underline{\hspace{2em}} = 0$$

19) Mikä luku sopii kirjaimen paikalle?

$$4 \cdot a = 1 \quad a = \underline{\hspace{2em}} \quad 5\frac{1}{2} : b = 1 \quad b = \underline{\hspace{2em}}$$

$$c : \frac{2}{3} = 1 \quad c = \underline{\hspace{2em}} \quad d \cdot 54 = 1 \quad d = \underline{\hspace{2em}}$$

20) Ratkaise yhtälöt ja tarkista tulos päässä laskien.

$$1 \cdot x = 1 \quad x = \underline{\hspace{2em}} \quad \frac{1}{2} \cdot y = 1 \quad y = \underline{\hspace{2em}}$$

$$2 \cdot y = 1 \quad y = \underline{\hspace{2em}} \quad \frac{1}{3} \cdot z = 1 \quad z = \underline{\hspace{2em}}$$

$$3 \cdot z = 1 \quad z = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{5} \cdot x = 1 \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{3}{12} \cdot x = 1 \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$11\frac{2}{5} \cdot y = 1 \quad y = \underline{\hspace{2cm}}$$

21) Merkitse vertailumerkki  $<$ ,  $>$  tai  $=$ . Päättele ensin ja tarkista sitten laskemalla.

$$\frac{6}{5} + 1 \quad \square \quad \frac{6}{5} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \quad \square \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{7} \cdot 7 \quad \square \quad \frac{5}{7} \cdot 8$$

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{7} \quad \square \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{2}$$

$$4 - \frac{4}{5} \quad \square \quad 5 \cdot \frac{4}{5}$$

$$2\frac{1}{3} \cdot 3 \quad \square \quad 2\frac{1}{3} + 3$$

$$\sqrt{2} \quad \square \quad 2$$

$$\sqrt{2} \quad \square \quad \sqrt{3}$$

22) Laske:

$$2 - (1 - (2 - (1 - (2 - (1 - 2)))))) = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\frac{1}{2} (1 + (-1)^{11}) = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$\left(12,53 - \frac{1}{78}\right) \cdot 0 : 5,32 = \underline{\hspace{4cm}}$$

23) Mistä luvusta

$$\frac{1}{5} \text{ on } 2? \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{11}{10} \text{ on } 88? \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5}{6} \text{ on } 30? \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{10} \text{ on } 10? \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

Kirjoita myös yhtälöt, joiden ratkaisuna saat edelliset tulokset:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



24) Onko lauseke määritelty?

a)  $6,3 : (2,5 \cdot 9 - 22,5)$  \_\_\_\_\_

b)  $(15 - 2,5 \cdot 6) : 4,2$  \_\_\_\_\_

25) Muodosta kaksi laskutoimitusmerkkiä sisältävä lauseke, jonka arvo on

a) 12 \_\_\_\_\_ b) 0 \_\_\_\_\_

26) Käytä lukua 2 kolme kertaa ja muodosta lauseke, jonka arvo on

a) 6 \_\_\_\_\_ b) 8 \_\_\_\_\_

c) 3 \_\_\_\_\_ d) 1 \_\_\_\_\_

27) Tässä tehtävässä  $a$  on nolasta poikkeava luku. Ratkaise päässä laskien  $x$  yhtälöstä

$$x + \frac{1}{x} = a + \frac{1}{a}.$$

---

*Vihje: yhtälöllä on kaksi ratkaisua.*

28) Lue lauseke käyttäen sanoja "summa", "erotus", "tulo" ja "osamäärä".

a)  $8,5 - 7,3$                       b)  $2 \cdot 9,5 + 14$                       c)  $(10 - 2,7) : 5$

d)  $2,5 - (3,2 + 1,8)$                       e)  $6,1 \cdot (8,4 : 4)$

Muuttuuko lausekkeen arvo, jos sulut vain jätetään pois edellä kohdissa c), d) ja e)?

---

Kirjoita lausekkeena lukujen 5,6 ja 0,9 summan ja luvun  $-14$  osamäärä nelinkertaisena.

---

- 29) Kirjoista maksettiin antikvariaatissa yhteensä 12 euroa. Yhden kirjan hinta on 30 % ja toisen 45 % koko maksetusta summasta. Kuinka monta euroa halvempi ensimmäinen kirja on kuin toinen?
- 

- 30) Pellon pinta-ala on 80 ha. Perunan viljelyyn käytetään 40 % pellostasta, ja rukiin viljelyyn 60 % jäljelle jääneestä alasta. Kumpaa viljellään enemmän?
- 

Kuinka monta hehtaaria enemmän?

---

- 31) Anna oli varannut matkalle 150 l bensiiniä. Kuinka monta litraa bensiiniä hän on käyttänyt, jos jäljellä on 12 % bensiinistä?
- 

- 32) Väitämme, että seuraavat yhtälöt ovat tosia. Mistä laskutoimitusten ominaisuuksista saamme tukea väitteellemme, vaikka emme laskisikaan itse laskuja?

a)  $247 + 35 = 35 + 247$

---

b)  $84 \cdot 19 = 19 \cdot 84$

---

c)  $14 + (16 + 97) = (14 + 16) + 97$

---

d)  $25 \cdot (4 + 7) = 25 \cdot 4 + 25 \cdot 7$

---

Jos nämä yhtälöt pitävät paikkansa kaikilla luvuilla, niin kirjoita ne merkitsemällä lukuja kirjaimilla  $a$ ,  $b$  ja  $c$ .

a) \_\_\_\_\_

b) \_\_\_\_\_

c) \_\_\_\_\_

d) \_\_\_\_\_

- 33) Tehdään lukujono yksinkertaisen säännön avulla. Esimerkiksi lasketaan luvun numerot yhteen ja kerrotaan tulos kahdella. Valitaan ensimmäiseksi luvuksi vaikkapa 87. Näin saadaan lukujono 87, 30, 6, 12, 6, 12, 6, ... Huomataan, että jonossa toistuu alun 87, 30 jälkeen jakso 6, 12. Tee omia lukujonoja keksimällä omia sääntöjä.

Lukujono: \_\_\_\_\_

Sen sääntö: \_\_\_\_\_

Lukujono: \_\_\_\_\_

Sen sääntö: \_\_\_\_\_

Lukujono: \_\_\_\_\_

Sen sääntö: \_\_\_\_\_

Keksitkö jonkin lukujonon, jossa toistuu jakso?

\_\_\_\_\_

- 34) Laske lausekkeen arvo päässä laskien.

$$88 - 9,804 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -76,73 - 3,27 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-22,5 : 15 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 0,48 \cdot (-0,5) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$123,12 : 30 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -0,016 \cdot 0,25 = \underline{\hspace{2cm}}$$

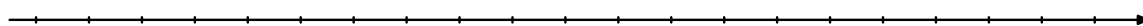
- 35) Laske, mutta mieti ensin, miten saat laskun helpoksi.

$$50 \cdot 1,34 \cdot 0,2 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 25 \cdot (-15,8) \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-75,7 \cdot 0,5 \cdot 20 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 0,47 \cdot 0,4 \cdot 25 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 36) Merkitse lukusuoralle luvut

$$-\frac{2}{3} \quad \left| 1\frac{1}{2} \right| \quad -2 \quad -1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{8}{6} \quad \left| -1\frac{2}{6} \right|.$$



37) Mitkä ovat näiden lukujen

	vastaluvut?	itseisarvot?	käänteisluvut?
-9	_____	_____	_____
$7\frac{1}{4}$	_____	_____	_____
6,5	_____	_____	_____
$-\frac{1}{16}$	_____	_____	_____
265	_____	_____	_____
1	_____	_____	_____
0	_____	_____	_____

38) Laske:

$$-9 + |-9| = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -9 - |-9| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-9 \cdot |-9| = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 9 \cdot |-9| = \underline{\hspace{2cm}}$$

39) Merkitse ruutuun T, jos yhtälö on tosi, ja E, jos se on epätosi. Jos yhtälö on epätosi, selvitä, kumpi luvuista on suurempi.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4 \qquad \square \qquad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6^3)^2 = (6^2)^3 \qquad \square \qquad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6^3)^2 = 6^6 \qquad \square \qquad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(6^2)^3 = 6^6 \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$6^{3^2} = (6^3)^2 \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

40) Merkitse ruutuun T, jos yhtälö tai epäyhtälö on tosi, ja E, jos se on epätosi. Jos yhtälö on epätosi, selvitä, kumpi luvuista on suurempi. Jos epäyhtälö on epätosi, anna lisäksi oikea epäyhtälö.

$$\frac{-2}{3} = \frac{4}{-6} \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{25} \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{0}{3} = \frac{0}{-10} \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{14}{15} = \frac{10+4}{10+5} = \frac{4}{5} \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$10,1 > 10,01 \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{10,1}{11} < \frac{10,01}{11} \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\frac{13}{10,1} < \frac{13}{10,01} \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$-10,1 > -10,01 \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$2 < -20 \quad \square \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

41) Täydennä niin, että saat vastaukseksi

a) luonnollisen luvun:

$$\frac{-5}{1 + \underline{\hspace{1cm}}} = -\frac{4 + \underline{\hspace{1cm}}}{7} = \frac{9 + \underline{\hspace{1cm}}}{-2(\underline{\hspace{1cm}})}$$

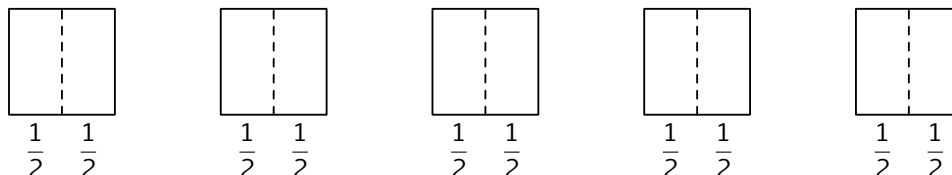
b) negatiivisen kokonaisluvun:

$$\frac{-5}{1 + \underline{\hspace{1cm}}} = -\frac{4 + \underline{\hspace{1cm}}}{7} = \frac{9 + \underline{\hspace{1cm}}}{-2(\underline{\hspace{1cm}})}$$

## 2. JAOLLISUUS

### OSITUSJAKO JA SISÄLTÖJAKO

**Esimerkki 1.** Emmalla on 5 piirakkaa, joista hän myy puolikkaita. Kuinka monta puolikasta hän voi myydä? Toisin sanottuna, kuinka monta puolikasta sisältyy viiteen kokonaiseen piirakkaan?



$$5 : \frac{1}{2} = 10 \quad \text{ja tarkistus} \quad 10 \cdot \frac{1}{2} = 5.$$

Kyse oli sisältöjaosta.

- 1) a) Jukka jakaa kuusi omenaa kahdelle kaverilleen tasan. Kuinka monta kumpikin saa? Merkitse myös laskutoimitus ja piirrä kuva:

- 
- b) Jukka tekee pikkujoulupaketteja ja laittaa jokaiseen niistä kaksi omenaa. Kuinka monta pakettia hän saa tehtyä kuudesta omenasta? Merkitse myös laskutoimitus ja piirrä kuva:

---

Molemmissa tapauksissa tulos ja laskun menetelmät ovat samat mutta asiasisältö on eri. Sisältöjakoa on kohta \_\_\_\_ ja ositusjakoa kohta \_\_\_\_\_. Murtoluvun käsitteeseen liittyy \_\_\_\_\_.

2) Mitkä seuraavista sanonnoista viittaavat sisältöjakoon, mitkä ositusjakoon?

a) kolme sisältyy kuuteen \_\_\_\_\_

b) kuusi jaetaan kolmeen yhtäsuureen osaan \_\_\_\_\_

c) kuusi jaetaan kolmella \_\_\_\_\_

d) kuusi jaetaan kolmelle \_\_\_\_\_

3) Kuinka monelle henkilölle riittää yhdestä kokonaisesta pizzasta kolmasosa? *Merkitse laskutoimitus.*

\_\_\_\_\_

4) Kuinka monelle henkilölle riittää  $\frac{2}{3}$  pizzasta kokonaisen pizzan kolmasosa? *Merkitse laskutoimitus.*

\_\_\_\_\_

5) Kuinka monelle henkilölle riittää puolikkaasta pizzasta kokonaisen pizzan kuudesosa? *Merkitse laskutoimitus.*

\_\_\_\_\_

6) Kuinka suuren osan pizzasta muodostavat koko pizzan neljäsosa ja kuudesosa yhteensä?

\_\_\_\_\_

7) Tee itse pizzanjako-esimerkki ja kokeile se käytännössä.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

8) Joidenkin tutkimusten mukaan ensimmäiset olympialaiset pidettiin Kreikassa vuonna 776 eaa. Jos tämä pitää paikkansa ja olympialaisia järjestettiin joka neljäs vuosi, niin milloin olivat sadannet olympialaiset?

\_\_\_\_\_

- 9) Kuinka monta pussia tarvitaan, jos 15,1 kg omenoita pakataan neljänneskilogramman pusseihin?
- 

**Tarvittaessa katso seuraavia tehtäviä varten diplomin VI sivuja 15–19.**

Esimerkki 2. Supista  $\frac{84}{126}$ .

$$84 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7} \quad \text{ja} \quad 126 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{7}$$

Suurin yhteinen tekijä on  $\text{syt}(84, 126) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ . Siis

$$\frac{84}{126} = \frac{84 : 42}{126 : 42} = \frac{2}{3}$$

- 10) Kirjoita alkutekijöiden tulona:

$$30 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 52 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$70 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 111 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 11) Muistathan, että luvulla jakaminen on sama asia kuin sen käänteisluvulla kertominen. Laske:

$$\frac{15}{27} : \left(-\frac{35}{36}\right) = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{35}{-3} : 14 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 12) Mikä on pienin yhteinen monikerta luvuille

$$8 \text{ ja } 12? \quad \underline{\hspace{2cm}} \quad 18 \text{ ja } 27? \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

Laske:

$$\frac{7}{8} + \frac{15}{12} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{3}{18} - \frac{2}{27} = \underline{\hspace{2cm}}$$



13) Jaa tekijöihin:

$$32 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 48 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 103 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Mikä on lukujen 32, 48 ja 103 pienin yhteinen monikerta?

\_\_\_\_\_

Laske:

$$\frac{2}{32} + \frac{1}{48} - \frac{7}{103} = \underline{\hspace{2cm}}$$

14) Tee samannimiseksi (mahdollisimman pientä nimittäjää käyttäen) ja laske yhteen.

$$\frac{45}{108} \text{ ja } \frac{28}{80} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{54}{405} \text{ ja } \frac{24}{160} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

15) Kirjoita murtolukuina, tee samannimiseksi ja laske erotus.

$$\frac{-12,6}{32,4} \text{ ja } \frac{8}{38,4} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{0,5}{-5,25} \text{ ja } \frac{-0,06}{0,28} \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

16) Supista ensin ja laske sitten:

$$\frac{60}{75} \cdot \frac{35}{18} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{70}{75} \cdot \frac{(-10)}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{15}{27} : \frac{35}{36} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$182 : \frac{26}{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{0,072}{0,36} \cdot \frac{0,54}{0,168} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,1 : \frac{0,3}{0,02} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 17) Seitsemän oppilaan koulumatkaansa käyttämät ajat olivat  $6/12$ ,  $1/2$ ,  $9/18$ ,  $30/60$ ,  $10/20$ ,  $5/10$ ,  $10/30$  tuntia. Kuluiko kaikilta matkaan yhtä paljon aikaa? Perustele.
- 

- 18) Aino, Timo ja Martta leipovat pikkuleipiä. Kuinka monta heidän pitäisi leipoa, jotta kaikki saisivat yhtä monta pikkuleipää?
- 

Ovikello soi ja mukaan leipomaan tulee myös Oona. Kuinka monta pikkuleipää nyt pitäisi leipoa, jotta kaikki neljä saisivat yhtä monta?

---

Onko näillä kahdella tilanteella yhteisiä ratkaisuja? Jos on, niin mitä ne ovat?

---

Mitä yhteistä näillä luvuilla on?

---

Aino, Timo, Martta ja Oona haluavat jakaa pikkuleivät tasan niin, että myös isoisä saa osan. Kuinka monta pikkuleipää heidän tällöin pitäisi leipoa?

---

- 19) Olisiko järkevää valmistaa suorakulmainen makeisrasia, johon tulisi 11 suklaakonvehtia? Perustele.
- 
- 

- 20) Munakennossa on 10 munaa. Jos täysiä kennoja on 31, onko muna parillinen vai pariton määrä?
-

21) Valehteliko myyjä, joka kertoi myyneensä 17 kihlasormusta? Perustele.

---

22) Isoisä, äiti ja hänen neljä lastaan Ada, Ilmi, Pekka ja Janne viettävät syntymäpäiviä. Janne kysyy isoisältä: "Kuinka vanha sinä olet?" Isoisä vastaa: "Jos kerrot teidän kaikkien viiden iät keskenään, saat tulokseksi 111111. Jos lasket yhteen teidän kaikkien viiden iät, saat tulokseksi minun ikäni." Kuinka vanha isoisä on?

---

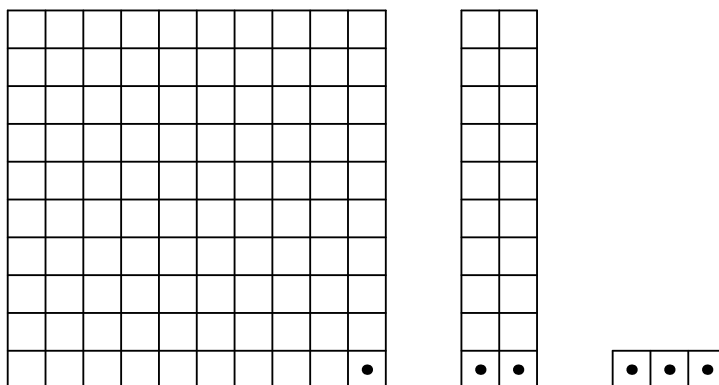


---

23) Tutkitaan, onko luku 123 jaollinen luvulla 3. Selvitetään asia nopeasti esittämällä luku 123 muodossa

$$\begin{aligned} 123 &= 100 + 2 \cdot 10 + 3 \\ &= (99 + 1) + 2 \cdot (9 + 1) + 3. \end{aligned}$$

Luku  $99 + 2 \cdot 9$  on jaollinen kolmella, joten voidaan tutkia vain jäljelle jäävää lukua  $1 + 2 \cdot 1 + 3 = 1 + 2 + 3 = 6$ . Tämä on jaollinen kolmella, joten 123 on jaollinen kolmella.



Onko luku 5627 jaollinen luvulla 3?

---

### 3. LÄMPÖTILA-ASTEIKOT

- 1) Vuoren korkeus on 3,5 km. Sen juurella lämpötila on  $+8,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Vuorelle kiivettäessä lämpötila alenee 5,0 celsiusastetta aina, kun nouseaan yksi kilometri. Mikä on lämpötila vuoren huipulla?
- 

#### FAHRENHEIT-ASTEIKKO

Lämpötila voidaan ilmaista käyttäen useita eri yksiköjä. Arkielämässä Suomessa käytetään lämpötilan yksikkönä celsiusastetta (tunnus  $^{\circ}\text{C}$ ). Aikaisemmin lämpötilan yksikkönä käytettiin fahrenheitastetta (tunnus  $^{\circ}\text{F}$ ). Fahrenheit-asteikon kehitti saksalainen fyysikko Gabriel Fahrenheit (1686–1736) vuonna 1724. Fahrenheit-asteikon alkuperästä kerrotaan, että Gabriel Fahrenheit kiinnitti lämpötila-asteikkonsa ihmiskehon lämpötilaan siten, että noin  $100\text{ }^{\circ}\text{F}$  vastaa  $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ja kylmimpään talvilämpötilaan kotikaupungissaan Gdanskissa siten, että  $0\text{ }^{\circ}\text{F}$  vastaa  $-17,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Nykyään fahrenheitasteita käytetään lähinnä Yhdysvalloissa.

- 2) Jos lämpötila on ilmaistu celsiusasteissa, saadaan se ilmaistua fahrenheitasteissa kertomalla luvulla 1,8 ja lisäämällä tulokseen lopuksi 32.
- a) Tee tästä kaava, jolla saa laskettua lämpötilan  $L$  fahrenheitasteina, jos lämpötila celsiusasteina on  $T$ .
- 
- b) Ratkaise yhtälöstäsi muunnos toiseen suuntaan. Toisin sanottuna anna kaava, jolla saa laskettua lämpötilan celsiusasteissa  $T$ , jos lämpötila fahrenheitasteina on  $L$ .
- 
- c) Tee päässälaskettavaa muunnosta varten edellisestä likiarvoinen kaava:
-

- 3) New Yorkin kaupungissa lämpimin kuukausi on heinäkuu, jolloin keskimääräinen korkein lämpötila on  $82,50\text{ }^{\circ}\text{F}$ . Mikä tämä lämpötila on celsiusasteissa ilmaistuna?

---

New Yorkissa on kylmintä tammikuussa, jolloin keskimääräinen matalin lämpötila on  $22,70\text{ }^{\circ}\text{F}$ . Mikä tämä lämpötila on celsiusasteissa ilmaistuna?

---

Minkä likimääräisen arvion saat päässälaskukaavallasi?

- 
- 4) Vuonna 2010 Suomen matalin lämpötila mitattiin Kuhmossa, jossa mitattiin 20. helmikuuta  $-41,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Mikä tämä lämpötila on fahrenheitasteissa ilmaistuna?

## KELVIN-ASTEIKKO

Tieteen ja tekniikan parissa käytään useimmiten lämpötilalle yksikköä kelvin (tunnus K). Jos lämpötila on ilmaistu kelvineissä, saadaan se ilmaistua celsiusasteissa vähentämällä lämpötilasta 273,15. Esimerkiksi

$$313\text{ K} = (313 - 273,15)^{\circ}\text{C} \approx 40^{\circ}\text{C}.$$

- 5) Miten celsiusasteissa ilmaistu lämpötila saadaan muunnettua kelvineiksi?

- 
- 6) Äänen nopeus ilmassa on 343 metriä sekunnissa, jos ilman lämpötila on 293,15 K. Mikä tämä lämpötila on celsiusasteissa ilmaistuna?

- 
- 7) Suolainen merivesi saattaa jäätyä vasta, kun sen lämpötila on  $-4^{\circ}\text{C}$ . Mikä tämä lämpötila on kelvineinä ilmaistuna?

## 4. ARKIPÄIVÄN MATEMATIIKKA

- 1) Jere maksaa neljänä päivänä Tommin bussimatkan. Matkan hinta on 2,25 €. Kuinka paljon Tommi on hänelle velkaa?

---

- ★ 2) Akseli osti 0,2 kg juustoa, jonka kilohinta oli 17,6 €. Lisäksi hän osti rahkapiirakkaa, jonka kilohinta oli 6,50 €. Ostokset maksoivat 6,90 €. Kuinka paljon rahkapiirakkaa Akseli osti?

---



---

- 3) CD-levylle mahtuu  $6,6 \cdot 10^8$  merkkiä. Eräessä kirjassa on 250 A4-kokoista sivua, joista jokaiselle mahtuu noin 4 500 merkkiä (riviväli 1, kirjasin Times New Roman 12 pt). Kuinka monta tällaista kirjaa mahtuu CD-levylle?

---



---

- 4) Televisioiden ja erilaisten näyttöjen koko ilmoitetaan yleensä kertomalla kuvaruudun lävistäjän pituus tuumina, tunnus in (inch). Tuumina ilmaistu pituus saadaan ilmaistua senttimetreinä käyttämällä kaavaa  $y = 2,54x$ , missä  $x$  on tuumien määrä ja  $y$  vastaava senttimetrien määrä.

Kuinka monta senttimetriä yhdessä tuumassa on? \_\_\_\_\_

Täydennä seuraava taulukko:

x (in)	5	10	15	20	25	30	35	40
y (cm)								

5) Käytetäänkö sähkönkulutusmittareissa desimaalilukuja? \_\_\_\_\_

Mikä on käytetty yksikkö? \_\_\_\_\_

Missä muualla näet desimaalilukuja?

\_\_\_\_\_

6) Painoindeksi on yleisesti aikuisten terveydenhuollossa käytetty mittari. Se lasketaan jakamalla henkilön paino (kilogrammoina) pituuden (metreinä) neliöllä. Suositusten mukaan painoindeksin tulisi olla välillä 18–25.

a) Mikä on 183 cm pitkän ja 91 kg painavan henkilön painoindeksi?

\_\_\_\_\_

b) Mikä paino vastaisi indeksiä 25, jos pituus on 165 cm?

\_\_\_\_\_

c) Mikä on 170 cm pitkän ja 52 kg painavan henkilön painoindeksi?

\_\_\_\_\_

d) Kuinka paljon tämän henkilön tulisi painaa, jotta hänen painoindeksinsä olisi 20?

\_\_\_\_\_

7) Muuta

kilogrammoiksi 2 kg 260 g \_\_\_\_\_

grammoiksi 0,750 kg \_\_\_\_\_

tonneiksi 600 kg \_\_\_\_\_

8) Valtion ravitsemusneuvottelukunnan mukaan 13-vuotiaan tytön keskimääräinen energiantarve on noin 2 170 kcal vuorokaudessa. Vastaavasti 13-vuotiaan pojan keskimääräinen energiantarve on noin 2 440 kcal vuorokaudessa. Kasvaminen edellyttää riittävää ja monipuolista ravintoaineiden saantia. Esimerkiksi luuston kehittyminen vaatii runsaasti kalsiumia. Sokerin osuus päivittäisestä energiansaannista tulisi olla enintään 10 %.

Ruoka-aineissa olevat energia- ja sokerimäärät näet seuraavasta taulukosta ([www.fineli.fi](http://www.fineli.fi)):

	Määrä	Sokeria (g)	Energiaa (kcal)
virvoitusjuoma	1 dl	9,1	37
kevytmaito	1dl	2,4	46
banaani	100 g	9,0	58
omena	100 g	8,1	39
salaatti	100 g	2,1	16
keitetyt perunat	100 g	0,5	55
ranskanperunat	100 g	0,6	236
broilerin filee	100 g	0,1	168
ruisleipä	100 g	1,7	231
voi	100 g	0,4	725
margariini (60 %)	100 g	0,2	533
juusto (n. 25 %)	100 g	0	341
maustettu jogurtti	100 g	11,9	82
maustamaton jogurtti	100 g	5,0	60
suklaavanukas	100 g	17,9	121
jäätelötuutti	100 g	16,5	222
suklaa	100 g	50,9	521
sokeri	100 g	100	406

- a) 13-vuotias Minttu söi päivälliseksi 100 g keitettyjä perunoita, 80 g broilerin fileetä, 50 g salaattia, 2 dl kevytmaitoa ja 50 g ruisleivän, jossa oli päällä 5 g voita ja 20 g juustoa. Kuinka suuren osan päivittäisestä energiantarpeestaan Minttu sai päivällisestä?

---



---



Kuinka monta grammaa sokeria Mintun päivällinen sisälsi?

---

---

Kuinka monta prosenttia Mintun päivällisestä saamasta energiasta oli peräisin sokerista?

---

---

- b) 13-vuotias Minttu söi välipalaksi 70 g jäätelötuutin, 40 g suklaapatukan ja 0,5 litraa limsaa. Kuinka suuren osan päivittäisestä energiantarpeestaan Minttu sai välipalasta?

---

---

Kuinka monta grammaa sokeria Mintun välipala sisälsi?

---

---

Kuinka monta prosenttia Mintun välipalasta saamasta energiasta oli peräisin sokerista?

---

---

Millainen välipala olisi terveellisempi?

---

---

- 9) Suomalainen internetin käyttäjä on aktiivisesti yhteydessä nettiin keskimäärin 8,5 tuntia viikossa. Kuinka paljon aikaa sinä vietät nettissä viikossa?

---

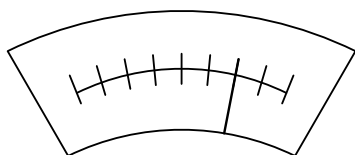
Arvioi alla olevaan taulukkoon, kuinka paljon aikaa viikossa käytät yleensä seuraaviin asioihin:

koulupäivä ja koulumatkat	
läksyjen tekeminen	
perheen kanssa oleminen	
kaverien tapaaminen ja harrastukset	
tv, netti ja tietokonepelit	
nukkuminen	

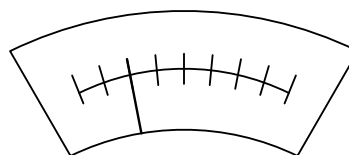
Suosittelujen mukaan nuori ihminen tarvitsee unta noin 8–10 tuntia vuorokaudessa. Fyysisesti kuormittavasta harrastuksesta palautumiseen tarvitaan enemmän lepoa, jopa 12 tuntia vuorokaudessa. Saatko sinä suosituksiin verrattuna riittävästi lepoa vuorokauden aikana?

---

10) Kuinka suuri osa auton polttoaineesta on jäljellä?




---




---

11) Tämän tehtävän yksinkertaiset ideat selittävät, miksi uraanikavoksessa (tai muuta radioaktiivista ainetta louhittaessa) syntyvä jätehiekkä päästää radonkaasua ja säteilee voimakkammin kuin alkuperäinen malmio.

Ehjä, myös radioaktiivisia aineita sisältävä kivi estää ja eristää sen läpi tulevaa radonkaasun purkautumista ja säteilyä sitä paremmin, mitä paksumpi kivi on. Kiveä murskatessa tilanne muuttuu. Asiaa ei voida esittää täsmällisellä matemaattisella kaavalla, koska muuttujia on paljon eikä niitä kaikkia tunneta. Käsityksen asiasta saamme kuitenkin seuraavalla laskulla:

Oletamme, että kyseessä on kuutio tasalaatuista radioaktiivista malmia. Merkitään kuution sivun pituutta kirjaimella  $a$ .

Kuution pinta-ala: \_\_\_\_\_

Kuutio leikataan kahdeksaksi pienemmäksi kuutioksi kolmella alkuperäisen kuution keskipisteen kautta kulkevalla, sivutahkojen suuntaisella leikkauksella.

Kuutioiden pinta-ala yhteensä: \_\_\_\_\_

Jatketaan kuutioiden leikkaamista tällä tavalla yhä pienemmiksi. Tee jono näin syntyvien kuutioiden yhteenlasketuista pintaaloista:

---

Laske, kuinka moninkertaiseksi tulee säteilevän näytteen pinta-ala, jos ehjä  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  kivi murskataan jätehiekan  $0,2\text{ mm} \times 0,2\text{ mm} \times 0,2\text{ mm}$  raekokoon.

---

Hienonnetun kiviaineksen murusten välissä olevan ilman radonpitoisuudet nousevat hyvin korkeiksi.

Lukujonon avulla voidaan ymmärtää, miksi hienoksi jauhetun jätehiekan säteily on voimakkaampaa kuin alkuperäisen malmion.

## 5. MATKA, AIKA, NOPEUS

- 1) Venla ja Juhani lähtevät kävelemään toisiaan kohti. Heidän etäisyytensä on aluksi 4 km. Venla kävelee vauhdilla  $2\frac{3}{7}$  kilometriä tunnissa ja Juhani  $2\frac{3}{5}$  kilometriä tunnissa. Kuinka pitkän ajan kulluttua he kohtaavat? Muodosta tehtävän ratkaisemiseksi yhtälö.

---



---

- 2) Ratkaise yhtälö ja tarkista tulos.

$$2\frac{3}{7}x + 2\frac{3}{5}x = 4 \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 3) Onko tehtävillä 1) ja 2) jotakin yhteistä?

---

- 4) Matti ja hänen veljensä Mikko juoksivat kilpaa 60 metriä. Matti sai ajan 8,0 sekuntia ja Mikko 10,0 sekuntia. Kuinka monta metriä Mikko oli Mattia jäljessä silloin, kun Matti oli maalin kohdalla?

---

- 5) Väli  $AB$  on 20 km. Paikasta  $A$  lähtee polkupyöräilijä kohti paikkaa  $B$  nopeudella 15 km/h. Samanaikaisesti lähtee paikasta  $B$  jalankulkija samaa tietä kohti paikkaa  $A$  nopeudella 5 km/h.

- a) Kuinka kaukana paikasta  $A$  he kohtaavat toisensa?

---

- b) Kuinka paljon aikaa kuluu lähtöhetkestä kohtaamishetkeen?

---

- c) Kuinka paljon jalankulkijalla on matkaa jäljellä sillä hetkellä, kun pyöräilijä pääsee perille?

---

## 6. MERKINNÄT

1) Mitä tarkoittavat seuraavat merkinnät?

$$+(a + b) \text{ _____} \qquad - (a + b) \text{ _____}$$

Laske lausekkeiden arvot, jos  $a = \frac{1}{5}$  ja  $b = 2$ :

$$+(a + b) = \text{ _____} \qquad - (a + b) = \text{ _____}$$

2) Mikä on lausekkeen arvo?

$$(80 + 50) - 30 = \text{ _____} \qquad (8a + 50) - 30 = \text{ _____}$$

$$(8a + 5a) - 30 = \text{ _____} \qquad (8a + 5a) - 3a = \text{ _____}$$

$$(8a - 5a) + 3a = \text{ _____} \qquad (80 - 5a) - 3a = \text{ _____}$$

$$(-8a - 5a) - 30 = \text{ _____} \qquad (-8a - 5a) - 3a = \text{ _____}$$

3) Kirjoita lausekkeena

a) lukujen 28 ja 15 summan kolmasosa: \_\_\_\_\_

lukujen  $a$  ja  $b$  summan kolmasosa: \_\_\_\_\_

b) lukujen 6 ja 3 tulon käänteisluku: \_\_\_\_\_

lukujen  $c$  ja  $d$  tulon käänteisluku: \_\_\_\_\_

c) lukujen 3 ja 8,7 erotuksen itseisarvon neliöjuuri: \_\_\_\_\_

lukujen  $x$  ja  $y$  erotuksen itseisarvon neliöjuuri: \_\_\_\_\_

d) lukujen 0,8 ja 0,4 osamäärä toiseen potenssiin: \_\_\_\_\_

lukujen  $z$  ja  $u$  osamäärä toiseen potenssiin: \_\_\_\_\_

4) Näytä, että  $(5a + 2b) - 4c = (5a - 2c) + 2(b - c)$ .

---

Voit havainnollistaa ideaasi janapiirroksella.

5) Millainen on luvun  $c$  oltava, jotta  $-c$  olisi

negatiivinen? \_\_\_\_\_ positiivinen? \_\_\_\_\_

nolla? \_\_\_\_\_ yhtä suurin kuin  $c$ ? \_\_\_\_\_

6) Mitä voidaan sanoa luvuista  $x$  ja  $y$  toisiinsa verrattuna, jos

a)  $x - y = 0$ ? \_\_\_\_\_ b)  $x + y = 0$ ? \_\_\_\_\_

c)  $|x| = |y|$ ? \_\_\_\_\_

Jos  $x = -3$ , niin mikä on  $y$ ?

a) \_\_\_\_\_ b) \_\_\_\_\_ c) \_\_\_\_\_

7) Millaisilla luvuilla  $d$

a)  $|d| = d$ ? \_\_\_\_\_ b)  $|d| = -d$ ? \_\_\_\_\_

c)  $|+d| = d$ ? \_\_\_\_\_ d)  $|+d| = -d$ ? \_\_\_\_\_

e)  $|-d| = d$ ? \_\_\_\_\_ f)  $|-d| = -d$ ? \_\_\_\_\_

8) Jos  $x$  saa arvot luvusta  $-2$  lukuun  $3$  asti, niin kuinka tällöin liikkuu lukusuoralla

a) lukua  $x$  vastaava piste? \_\_\_\_\_

b) lukua  $-x$  vastaava piste? \_\_\_\_\_

9) Laske lausekkeiden arvot, jos  $x = -4$ .

$$x + (x + 2) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad |x| + (x + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x + |x + 2| = \underline{\hspace{2cm}} \qquad |x| + |x + 2| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x - (x + 2) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad |x| - (x + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x - |x + 2| = \underline{\hspace{2cm}} \qquad |x| - |x + 2| = \underline{\hspace{2cm}}$$

10) Laske:

$$(-2)^2 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot (-2)^3 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -(2^3 \cdot 3^2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2^3 \cdot (-5))^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

11) Kirjoita eri tavoin käyttäen luvun 10 potensseja:

$$27\,540\,000 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$= \underline{\hspace{2cm}} = 2,754 \cdot \underline{\hspace{2cm}}$$

12) Kirjoita tavallisessa muodossa yhtenä desimaalilukuna seuraavat luvut:

$$25,25 \cdot 10^3 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -82,3 \cdot 10^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,073 \cdot 10^6 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 3,01 \cdot 10^3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

13) Sievennä:

$$-\frac{-9}{7,2} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -\left(-\frac{17}{-7,2}\right) = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -\left(\frac{-5^3}{(-15)^2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$-\frac{(-a)^2}{a \cdot a^5} = \underline{\hspace{2cm}} \qquad -a^3 \cdot \frac{1}{a^2} - 4a = \underline{\hspace{2cm}} \qquad a^3 \cdot \frac{1}{a^2} + 4a = \underline{\hspace{2cm}}$$

14) Omenasatoa saatiin 1 200 kg. Hilloksi tehtiin  $\frac{3}{5}$  sadosta ja mehuksi tehtiin 30 % sadosta. Loput omenat syötiin tuoreina. Kuinka monta kilogrammaa omenoita syötiin tuoreina?

\_\_\_\_\_

15) Täydennä taulukkoon, onko väite tosi vai epätosi.

$a$	$b$	$a < b$	$a = b$	$a > b$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$			
$-\frac{3}{4}$	$-\frac{2}{3}$			
$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{12}$			
$-\frac{12}{9}$	$-\frac{12}{7}$			

16) Isoisä antoi Sarille 25 euroa ja 7 euroa. Isoäiti antoi yhtä paljon. Kuinka monta euroa Sari sai yhteensä?

---

17) Isoisä antoi Marille  $a$  euroa ja  $b$  euroa. Isoäiti antoi yhtä paljon. Kuinka monta euroa Mari sai yhteensä?

---

Miten saat tästä edellisen tehtävän vastauksen?

---

18) Ajatellaan, että  $n$  on jokin luonnollinen luku eli jokin luvuista 1, 2, 3, ...

a) Kumpi tällöin on suurempi,  $n + 5$  vai  $3n + 7$ ? Riippuuko vastaus luvusta  $n$ ? Aloita asian tutkiminen sijoittamalla kirjaimen  $n$  paikalle joitakin luonnollisia lukuja.

---

Voitko päätellä vastauksen annetuista lausekkeista?

---



---



- b) Kumpi on suurempi,  $8-2n$  vai  $9-5n$ ? Riippuuko vastaus luvusta  $n$ ? Aloita asian tutkiminen sijoittamalla kirjaimen  $n$  paikalle joitakin luonnollisia lukuja.

---

Voitko käyttää kuvioita apuna? \_\_\_\_\_

Voitko päätellä vastauksen annetuista lausekkeista?

---

---

- c) Kumpi on suurempi,  $5+n^2$  vai  $3n+7$ ? Riippuuko vastaus luvusta  $n$ ?

Käytä kuviota apuna:

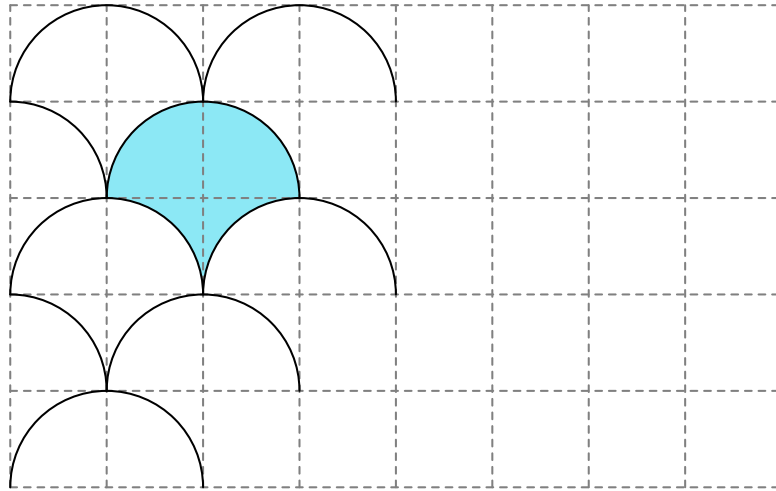
Voitko päätellä vastauksen annetuista lausekkeista?

---

---

## 7. GEOMETRIA

1) Jatka laattojen piirtämistä harpin avulla.

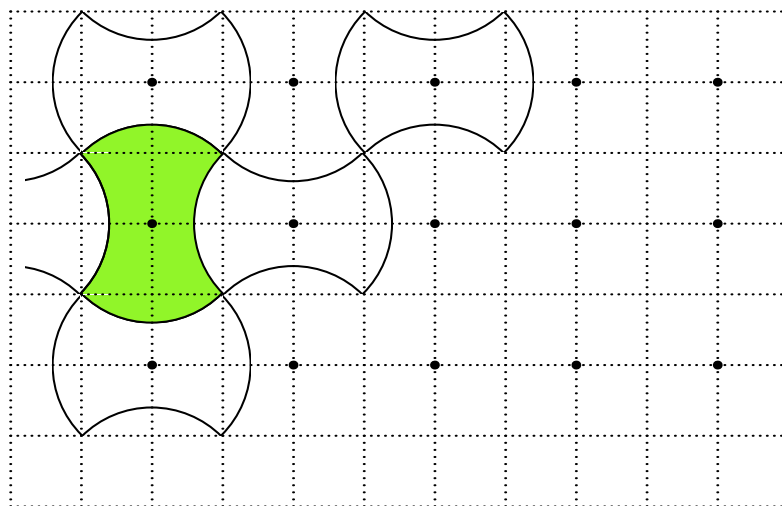


Päättele väritetyn osan pinta-ala, jos ruudukon neliön sivun pituus on

a) 1: \_\_\_\_\_

b)  $p$ : \_\_\_\_\_

2) Jatka laattojen piirtämistä harpin avulla.

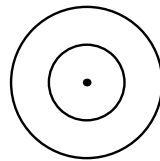


Päättele väritetyn osan pinta-ala, jos ruudukon neliön sivun pituus on

a) 1: \_\_\_\_\_

b)  $p$ : \_\_\_\_\_

- 3) Jatka kuviota piirtämällä ympyröitä niin, että seuraavan ympyrän säde on aina kaksinkertainen edellisen säteeseen verrattuna.



Tee lukujono

- a) ympyröiden säteistä, jos pienimmän ympyrän säde on 0,5:

---

- b) ympyröiden säteistä, jos pienimmän ympyrän säde on  $r$ :

---

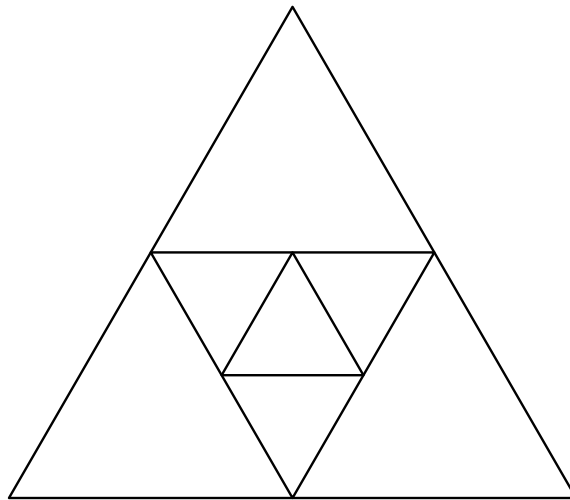
- c) ympyräkiekkojen pinta-aloista, jos pienimmän ympyrän säde on 0,5:

---

- d) ympyräkiekkojen pinta-aloista, jos pienimmän ympyrän säde on  $r$ :

---

- 4) Jatka kuviota piirtämällä sisäkkäisiä tasasivuisia kolmioita. Leikkauspisteet ovat sivujen keskipisteitä.



Tee lukujono kolmioiden pinta-aloista, jos suurimman kolmion sivun pituus on

a) 3: \_\_\_\_\_

b)  $a$ : \_\_\_\_\_

- 5) Etsi erilaisia logoja ja piirrä ne tähän:

Mitä geometrisia kuvioita löytämässäsi logoissa on?

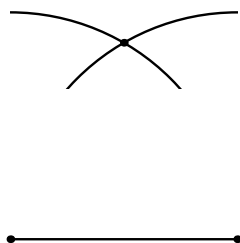
---



---

Tee omia logoja:

- 6) Piirrä tasasivuinen kolmio harpin ja viivottimen avulla seuraavasti: Piirrä ensin kolmion kanta viivotinta käyttäen. Piirrä sitten harpin avulla kaksi ympyrää, joiden keskipisteinä ovat kannan päätepisteet ja joiden säde on yhtä pitkä kuin kolmion kanta. Näiden ympyröiden leikkauspisteen etäisyys kannan päätepisteistä on yhtä suuri kuin kannan pituus. Se kelpaa siis kolmion kolmanneksi kärkipisteeksi.



Piirrä uusi tasasivuinen kolmio ja piirrä lisäksi kolme ympyrää, joiden keskipisteinä ovat kolmion kärjet ja joiden säde on puolet kolmion sivun pituudesta.

Tee kolmiosta ja ympyröistä uusia piirroksia, joissa muutat kolmion yhden kärkipisteen paikkaa niin, ettei kolmio ole enää tasasi-  
vuinen. Tarkkaile, millaisia leikkauskuvioita ympyrät muodostavat.

Piirrä vielä harpin ja viivottimen avulla tasakylkinen kolmio, suorakulmainen kolmio, neliö, suorakulmio ja säännöllinen kuusikulmio. Käytä tarvittaessa eri paperia.

- 7) Alla olevassa koordinaatistossa yhden ruudun leveys on 1. Ilmoi-  
ta kordinaatistoon merkittyjen pisteiden  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  ja  $F$  koor-  
dinaatit:

$A =$  \_\_\_\_\_

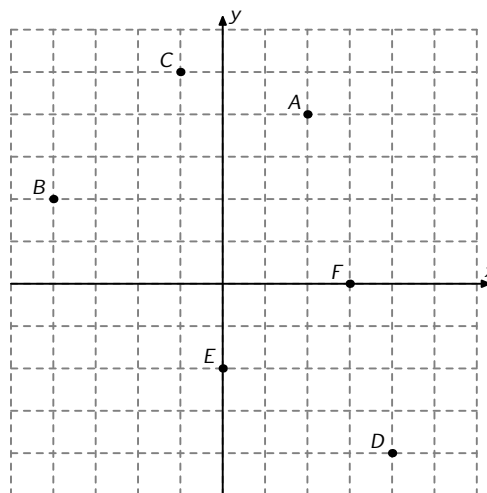
$B =$  \_\_\_\_\_

$C =$  \_\_\_\_\_

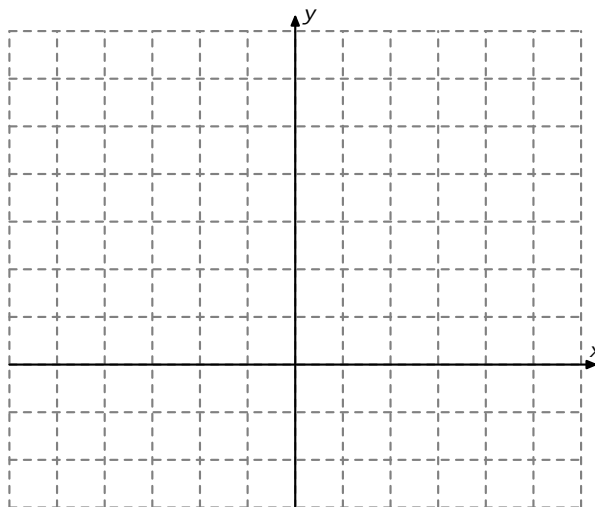
$D =$  \_\_\_\_\_

$E =$  \_\_\_\_\_

$F =$  \_\_\_\_\_



- 8) Piirrä koordinaatistoon jana  $MN$ , jonka päätepisteiden koordinaatit ovat  $M = (-1, 4)$  ja  $N = (2, -2)$ .



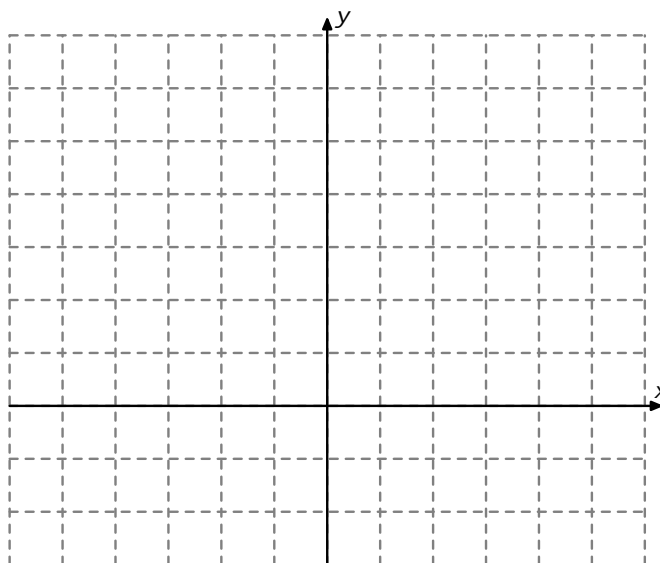
Missä pisteissä tämä jana leikkaa  $x$ - ja  $y$ -akselit? Arvioi vastaus ensin kuvan avulla ja näytä se sitten oikeaksi päättelöllä.

---



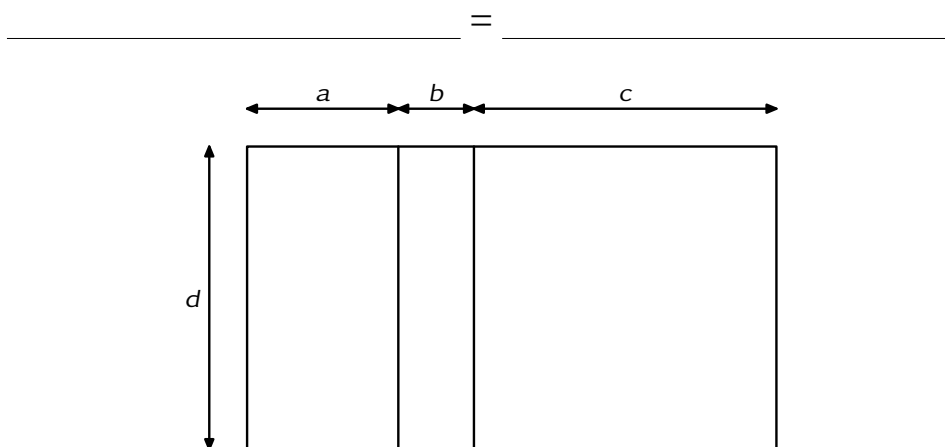
---

- 9) Merkitse koordinaatistoon pisteet  $A = (-3, 4)$ ,  $B = (3, 5)$ ,  $C = (5, 0)$  ja  $D = (-3, 0)$  sekä janat  $AC$  ja  $BD$ .

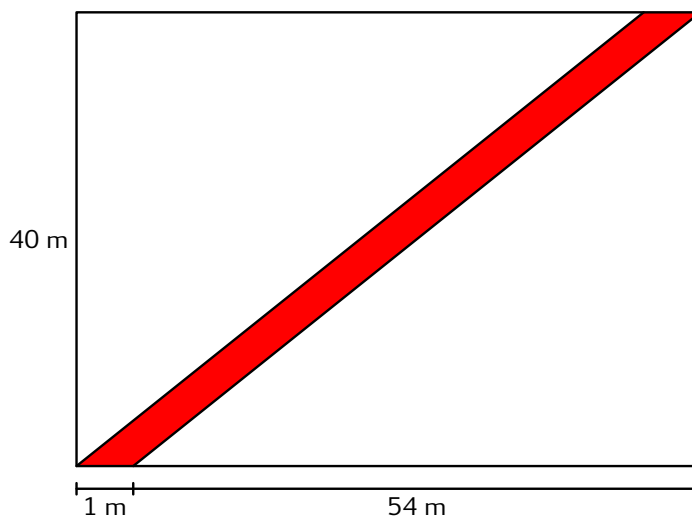


Mitkä ovat janojen leikkauspisteen koordinaatit? \_\_\_\_\_

- 10) Muodosta kaksi lauseketta kuvassa olevan suuren suorakulmion pinta-alan laskemiseksi ja tarkista, että ne antavat saman tuloksen.



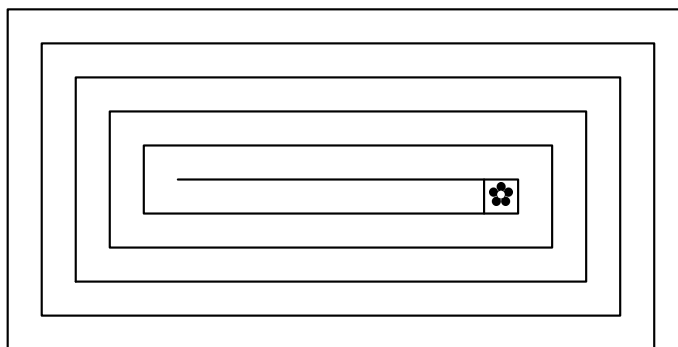
- 11) Kuvaan merkitty kaistale on suunnikas, jonka lyhyempi sivu on yhden metrin levyinen. Laske kaistaleen pinta-ala.



Pinta-ala on \_\_\_\_\_

- 12) Tarinan mukaan eräässä linnassa on suorakulmainen puisto, jonka mitat ovat  $20\text{ m} \times 10\text{ m}$ . Suorakulmaisen spiraalin muotoinen reitti, jonka leveys on  $1\text{ m}$ , johtaa puiston keskusta. Linnan eli ranskaksi châteaun kreivi kävelee tämän reitin joka aamu kastellakseen kukat, joita hän kasvattaa neliön muotoisessa kukkapenkissä, jonka sivun pituus on  $1\text{ m}$ . Kukat kasteltuaan linnan kreivi kävelee takaisin.





Oletetaan, että kreivi pysyttelee aina keskellä reittiä ja tekee suorakulmaiset käännökset kulmissa. Lisäksi kreivi kävelee aivan kukkapenkin reunaan asti, jotta hän yltää kastelemaan koko kukkapenkin. Minkä pituisen matkan hän tällöin kävelee joka aamu?

---



---



---

- ★ 13) Yleistä tulos puistolle, jonka leveys on  $2n$  metriä ja pituus  $n$  metriä.

---



---



---

Onko tällä tehtävällä yhteyttä kolmiolukuihin?

---



---



---