



# Riemannin hypoteesi ymmärrettäväksi

**Matti Lehtinen**

Maanpuolustuskorkeakoulu

**John Derbyshire: Alkulukujen lumoissa.** Suom. Juha Pietiläinen. Terra Cognita 2006. 404 s. Ovh. 40 euroa.

Matematiikan tutkimus ylittää uutiskynnyksen yleensä vain silloin, kun jokin kuuluisa ongelma saa ratkaisunsa. *Andrew Wiles* ja Fermat'n suuren lauseen todistus oli esillä kymmenisen vuotta sitten, Poincarén konjektuuri ja sen originelli ratkaisija *Grigori Perelman* viime vuonna. Matemaatikkojen laaja konsensus on, että eräs tärkeimmistä ellei tärkein suuri avoin ongelma on *Riemannin hypoteesi*. Se on myös yksi seitsemästä amerikkalaisen Clay-instituutin miljoonan dollarin Millennium-ongelmasta. Lukuteoreettinen kirjallisuus vilisee tuloksia, jotka alkavat ”jos oletamme, että Riemannin hypoteesi on tosi, niin...”

*John Derbyshire*, englantilaissyntyinen mutta Yhdysvalloissa asuva kirjailija, joka tunnetaan mm. oikeaa laitaa kulkevan *National Review* -lehden kommentaattorina ja mitä erilaisimpiin asioihin kantaa ottavana ja kiistoja herättävänä nettikirjoittajana, on ottanut tehtäväkseen kertoa maallikkolukijalle, mistä Riemannin hypoteesissa oikeastaan on kysymys ja *Kimmo Pietiläisen* kulttuurikustantamo *Terra Cognita* on tuoreeltaan saattanut kirjan suomenkielisten lukijoiden ulottuville.

Kun tiedämme, että Riemannin hypoteesi on lyhyesti seuraava: kompleksimuuttujan  $s$  funktion eli *Rieman-*

*nin zetafunktion*

$$\zeta(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^s}$$

epätriviaalien nollakohtien reaali-osa on  $\frac{1}{2}$ , ymmärrämme, että Derbyshiren tehtävä on perin haastava. Derbyshire kohdistaa kirjansa ”älykkäälle ja uteliaalle, mutta matemaattisesti oppimattomalle lukijalle” ja arvelee kirjan vaikeustason sopivaksi lukion matematiikan edes välttävästi suorittaneelle.

Derbyshire pyrkii ratkaisemaan tehtävänsä, ei siis itse Riemannin hypoteesia vaan sen tavalliselle lukijalla kuvailemisen ongelman, kuljettamalla kirjassaan kah-ta juonta lomittain. Luvut, joiden järjestysnumero on pariton, kehittelevät Riemannin hypoteesin ymmärtä-miseksi tarvittavaa matematiikkaa. (Derbyshire kertoo aikoneensa ensin käyttää tähän tarkoitukseen lukuja, joiden järjestysnumero on alkuluku, mutta arvelleensa sitten, että menetelmä olisi vaikuttanut liialliselta kikkailulta. – Hiukan huvittavaa tässä yhteydessä on suomen kielen sanan *luku* kaksoismerkitys.) Niissä kohd-taan päättymätön sarja, alkuluvun käsite ja alkulukujen lukumäärälauseet, potenssin ja logaritmin käsitteet,  $\zeta$ -funktio reaali-alueella ja sen yhteys alkulukuihin, derivaatta ja integraali, kompleksiluvut, kompleksimuuttujan funktiot, kunnat ja viimein  $\zeta$ -funktion ja alkulukujen jakautumisen kytkentä. On ymmärrettävää, että syvemmälle analyttisen lukuteorian viidakkoon kul-

jettaessa kirjoittaja joutuu enemmän ja enemmän luopumaan johdonmukaisesta esityksestä ja turvautumaan ”uskokaa minua, näin se on” -tyyppisiin perusteluihin.

Kirjan parillisnumeroisissa luvuissa puhutaan enemmän ihmisistä ja historiasta: *Bernhard Riemannista* itsestään ja hänen edeltäjistään *Eulerista*, *Gaussista* ja *Dirichlet’stä*, alkulukulauseen todistuksen vaiheista, *David Hilbertin* kuuluisasta vuoden 1900 matemaattikkokongressin esitelmästä, joka viimeistään kanonisoi Riemannin hypoteesin matematiikan tavoitelluimpien hedelmien joukkoon, ja 1900-luvun lukuteoriasta aina melko uusiin tietokoneisiin tukeutuviin Riemannin hypoteesin kukistamiseen tähtääviin yrityksiin asti. Runsaat alaviitteet sisältävät vielä monia mielenkiintoisia lisätietoja.

Kirjan liitteeksi on painettu tunnetun matemaatikon *Tom Apostolin* kirjoittama monisäkeistöinen Riemannin hypoteesin ympärille kiertyvä laulunsanoitus. Kun laulussa mainitaan useamman kerran (*Ernst*) *Lindelöf*, Suomen matematiikan tutkimuksen isäksi luonnehdittavissa oleva matemaatikko, on Derbyshire kirjoittanut vielä toisen liitteen, jossa on laajahko esitys Riemannin hypoteesille läheistä sukua olevasta *Lindelöfin hypoteesista*. Lindelöfin ihmeellisen monipuolisen matemaati-

kontyön kietoutuminen myös Riemannin hypoteesiin ei ole kovin laajalti tunnettua, Suomessakaan.

Derbyshiren yritys on hyvä, mutta en kuitenkaan tullut aivan vakuutetuksi siitä, että hänen tarkoittamansa lukija lopulta ymmärtäisi hypoteesin merkittävyyden ja sen ratkaisemisen vaikeuden. Matematiikan opettajalle samoin kuin matematiikasta kiinnostuneelle lukiolaiselle kirjan lukemista voin kuitenkin lämpimästi suositella jo siksikin, että vaikka suomenkielistä matematiikan populaarikirjallisuutta alkaa aika paljon olla, kiitos mm. puheena olevan kirjan kustantajan, ei niistä juuri löydy sellaista tietoa, joka jotenkin kytkisi koulumatematiikan matematiikan tutkimuksen keskeisiin osiin. Ja kuitenkin, kun oppiaineemme nimi on matematiikka eikä laskento, olisi kohtuullista odottaa, että meillä olisi edes aavistuksia siitä, mitä matematiikka tieteenä on.

Kirjan suomennoksen on tarkastanut paras suomalainen analyyttisen lukuteorian asiantuntija, professori *Matti Jutila*. Terminologisia epäselvyyksiä tai ilmeisiä väärinymmärryksiä ei juuri tullut vastaan. Sujuvaa käännöstä tuntuu paikoin rasittavan hiukan liian tarkka pitäytyminen alkukielen ilmauksiin.