



# Matematiikkaa tietoliikenneinsinööreille ammattikorkeakouluissa – tavoitteita ja haasteita Suomessa

*Pertti Toivonen*

Yliopettaja

Helsingin ammattikorkeakoulu Stadia

pertti.toivonen@stadia.fi

## Insinöörikoulutuksen laajuus Suomessa

Suomessa on asetettu tavoitteeksi kouluttaa varsin suuri osa ikäluokasta insinööreiksi:

- Ikäluokan koko on noin 64 000.
- Vuosittain noin 12 000 opiskelijaa aloittaa insinööriopinnot:
  - a) 4 000 opiskelijaa yliopistoissa,
  - b) 8 000 opiskelijaa ammattikorkeakouluissa.
- Ammattikorkeakouluissa opiskelevista noin 2 000 aloittaa opintonsa tietotekniikan koulutusohjelmista ja heistä 25% – 30% valitsee tietoliikennetekniikan suuntautumisvaihtoehdon.

## Pieni tutkielma matematiikan opetuksen tavoitteista

Insinöörit soveltavat matematiikkaa monipuolisesti. Matematiikan opetuksen tavoitteena on vastata tekniikan

parissa työskentelevien tarpeisiin.

Tietoliikenneinsinööreille yksi peruskäsite on signaalin spektri – amplitudi- ja vaihespektri. Puhe signaalin harmonisista komponenteista tai ”signaalin sisältämistä taajuuksista” on tietoliikenneinsinöörin arkipäivää. Insinöörit analysoivat, suodattavat ja muokkaavat monenlaisia signaaleja. Minkälaisia matemaattisia valmiuksia he siihen tarvitsevat?

Olkoon  $f_T$  (ei liian monimutkainen) jaksollinen signaali, jonka jakso on  $T$ . Tiedetään, että jokaisessa pisteessä  $t$ , missä  $f_T$  on jatkuva, on

$$\begin{aligned} f_T(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ik\omega t} \\ &= c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2|c_k| \cos(k\omega t + \varphi_k), \end{aligned}$$

missä

$$c_k = \frac{1}{T} \int_0^T f_T(t) e^{-ik\omega t} dt \quad \text{ja} \quad \varphi_k = \arg c_k$$

ja missä on merkitty  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ .

Jos  $f$  on jaksoton, tunnetun rajaprosessin avulla päädytään  $f$ :n integraaliesitykseen

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

missä

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

on  $f(t)$ :n Fourier-muunnos.

Pelkkä silmäys yllä oleviin lausekkeisiin paljastaa, että jos haluaa ymmärtää jaksollisen signaalin amplitudispektrin

$$\{\dots, |c_{-1}|, |c_0|, |c_1|, |c_2|, \dots\}$$

ja vaihespektrin

$$\{\dots, \arg(c_{-1}), \arg(c_0), \arg(c_1), \arg(c_2), \dots\}$$

sisältämän informaation tai jos haluaa ymmärtää jatkuvan spektrin  $F(\omega)$  sisältämän informaation, on opiskeltava aika tavalla matematiikkaa. Ei ehkä ole tarpeen tutustua kaikkiin matemaattisesti syvällisimpiin todistuksiin, mutta käytettyjen käsitteiden ja ideoiden ymmärtäminen on kuitenkin välttämätöntä.

Edellä oleva on vain yksi esimerkki, joka kuvaa tekniikkaan läheisesti kytkeytyvän matematiikan laajuutta. Esimerkki paljastaa heti, että tietoliikenneinsinöörin matematiikan opintojen aihepiirien on sisällettävä ainakin kompleksiluvut ja vankka annos reaaliuuttujan funktioiden differentiaali- ja integraalilaskentaa.

Kun analysoidaan tietoliikenneinsinöörin tarvitsemia matemaattisia käsitteitä ja menetelmiä, havaitaan, että vektorit, differentiaaliyhtälöt, usean muuttujan funktioiden analyysi, kompleksifunktiot, Fourier-, Laplace- ja  $z$ -muunnokset, matriisilaskenta, todennäköisyyslaskenta, tilastomatematiikka ja eräät diskreetin matematiikan osa-alueet ovat myös aihepiirejä, joiden tulee sisältyä – ainakin jossain laajuudessa – tietoliikenneinsinöörin matematiikan opintoihin. Insinöörin matematiikan opintojen tavoitteet ovat vaativat.

## Haasteita

Niin ylioppilas- kuin ammattioppilaitospohjalta opintonsa aloittavalla on pitkä tie edessään ennen kuin hänellä on minkäänlaista mahdollisuutta ymmärtää esimerkiksi signaalin spektrin käsite. Monille opintonsa aloittaville haaste saattaa nykyisin olla liian vaativa, koska ammattikorkeakouluissa tekniikan ja liikenteen alalla noin puolet keskeyttävät opintonsa. Tekniikan opintoihin sisältyvät, luonteeltaan matemaattiset opinnot ovat yksi merkittävä tekijä keskeyttämisten

taustalla. Matematiikan opintojen lisäksi tällaisia ovat myös kaikki matematiikkaa soveltavien ammattiaineiden opinnot.

Ensimmäisen vuosikurssin opiskelijoissa on paljon sellaisia, joilla on suuria vaikeuksia aivan alkeellisessa matematiikassa. Esimerkiksi yksinkertaisten algebralisten lausekkeiden käsittely näyttää olevan vaikeaa. Ei myöskään ole harvinaista, että ensimmäisen vuosikurssin (ylioppilas)opiskelija lukee lausekkeen  $\sin x$  ”sin kertaa  $x$ ”. Toisin sanoen opiskelija luulee ko. lauseketta kertolaskuksi.

Tällaiset vaikeudet kielivät melko syvällisistä ongelmista. Kysymys ei ole siitä, että koulussa on joitakin yksityiskohtia jäänyt oppimatta. Ongelmat perustuvat siihen, että liian monella on kovin vähän tai ei ollenkaan kokemusta matematiikasta ajatusrakennelmana, jossa ymmärrettävällä päättelyllä on keskeinen asema. Insinööriopinnoissa tämä on kohtalokasta, koska opintojen tavoitteita on mahdotonta saavuttaa yrittämällä opiskella ulkoa mystillisiä merkintöjä, sääntöjä jne.

Matematiikka on myös kieli. Tämä näkökulma näyttää olevan täysin tuntematon ammattikorkeakouluissa insinööriopintonsa aloittaville.

Monille on hyvin vaikeaa tarttua opintoihin mielekkäällä ja tuloksia tuottavalla tavalla. Samoin opettajille asetelma on haasteellinen. Joskus opettaja tuntee, että hänellä ja opiskelijalla ei matematiikan ongelmassa ole lainkaan yhteistä kieltä.

## PISA-tutkimuksen nostattamia kysymyksiä

Suomalaisten menestyminen matematiikan PISA-tutkimuksessa ilmaistaan usein julkisuudessa toteamalla, että Suomen koululaiset ovat hyviä matematiikassa.

PISA-tutkimus toki osoittaa, että koulussa on opittu joitakin arvokkaita taitoja. Tällä on varmasti positiivinen vaikutus yhteiskuntaamme. Ammattikorkeakoulun matematiikan opettajan näkökulmasta tilanne ei kuitenkaan ole niin valoisa kuin saattaisi luulla. Edellä kuvatut vaikeudet ovat todellisia ja vakavia.

Peruskoululla on kaksi tavoitetta: antaa eväät jokapäiväiseen elämään ja toisaalta luoda riittävät valmiudet jatko-opinnoille. PISA-tutkimus keskittyy tavoitteista ensin mainittuun. Eikö julkisessa keskustelussa pitäisi sanoa, että PISA-tutkimus mittaa ”kykyä selviytyä arkipäivän tilanteista, joihin liittyy matemaattisia näkökulmia” eikä sanoa sen mittaavan ”matematiikan osaamista”?

PISA-tutkimuksen kysymyksiin vastaaminen edellyttää jossain määrin päättelytaitoja. Kykyä matemaattiseen päättelyyn tehtävät eivät kuitenkaan juu-

rikaan mittaa. (Tässä en tarkoita formaaleja maattisia todistuksia, vaan matematiikan käsitteiden, tulosten ja ideoiden keskinäisiä suhteita jäsentävää päättelyä, jossa tullaan toimeen tavallisella talonpoikaisjärjellä.)

Jos hyväksytään, että peruskoulun yksi tavoite on antaa opiskelijoille riittävät jatko-opintovalmiudet, ei ole

itsestään selvää minkälaista opetusta peruskoulussa olisi annettava. Olisiko realistista odottaa, että matematiikan opiskelu peruskoulussa antaisi kuvan matematiikasta ajatusrakennelmana, jossa ymmärrettävällä päättelyllä on keskeinen asema? Ja olisiko realistista odottaa, että matematiikan opiskelu peruskoulussa opastaisi ymmärtämään, että matematiikka on myös kieli?