



Tuomaksen tehtäviä

Tuomas Korppi

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

Eräässä yhdistyksessä 31 henkilöä äänestää yhdistyksen puheenjohtajan. Ehdokkaita on 3: A , B ja C . Vaali järjestetään kaksikierröksisenä, samalla järjestelmällä kuin Suomen presidentinvaalit. Ensimmäisellä kierroksella jokainen äänestää haluamaansa ehdokasta.

- Jos joku ehdokkaista saa yli 50 prosenttia äänistä, hän voittaa.
- Muutoin 2 eniten ääniä saanutta pääsee toiselle kierrokselle. Tällöin vaalin voittaa toisella kierroksella eniten ääniä saanut.

(Mahdolliset tasatilanteet ratkaistaan arvalla.)

Äänestäjien mielipidejakauma tarkoittaa taulukkoa, jossa kunkin äänestäjän kohdalla on mainittu hänen mielensä mukainen kaikkien ehdokkaiden paremmuusjärjestys. Tässä tehtäväsarjassa oletamme, että kukaan ei pidä ketään kahta ehdokasta täsmälleen yhtä hyvänä. Oletamme tässä tehtäväsarjassa myös, että jokainen äänestää tarjolla olevista ehdokkaista parhaana pitämänsä kaikissa äänestyksissä.

Tehtävä 1. Mukana äänestämässä ovat myös M ja P . Etsi mielipidejakauma (31-2=29 äänestäjälle), joka toteuttaa kaikki seuraavat ehdot:

- Jos M ja P äänestävät 1. ja 2. kierroksilla A :ta, A ei tule valituksi.

- Jos M ja P äänestävät 1. kierroksella B :tä ja 2. kierroksella A :ta, A tulee valituksi.
- Kummassakaan edellisessä tilanteessa ei jouduta arpomaan.

Ehdokas X on Condorcet-voittaja, jos kaikille muille ehdokkaille Y pätee seuraava:

Yli puolet äänestäjistä pitää X :ää parempana kuin Y :tä. (Eli yli puolella äänestäjistä X on Y :tä korkeammalla ehdokkaiden paremmuusjärjestyslistassa.)

Oletetaan edelleen 31 äänestäjää ja kolme ehdokasta.

Tehtävä 2. Anna esimerkki mielipidejakaumasta, jossa ei ole Condorcet-voittajaa.

Tehtävä 3. Anna esimerkki mielipidejakaumasta, jossa on Condorcet-voittaja, mutta hän ei tule valituksi tehtäväsarjan alussa esitettyssä kaksikierröksisessä vaalissa.

Oletetaan edelleen 31 äänestäjää ja 3 ehdokasta A , B ja C .

Yhdistys päättääkin muuttaa vaalitapaa seuravasti: Ensin yhdistyksen ex-puheenjohtaja valitsee ensimmäiselle kierrokselle haluamansa kaksi ehdokkaiden A, B

ja C joukosta. Ensimmäisellä kierroksella äänestetään, kumpi näistä kahdesta pääsee toiselle kierrokselle. Toisella kierroksella valitaan yhdistyksen puheenjohtaja, ja ehdokkaina ovat 1. kierroksen voittaja sekä se ehdokas, joka ei ollut ensimmäisellä kierroksella.

Tehtävä 4. *Ex-puheenjohtaja yrittää taktikoida niin, että hän päästää suosikkinsa suoraan toiselle kierrokselle. Missä seuraavista tilanteista ex-puheenjohtajan juoni toimii?*

1. *Ex-puheenjohtajan suosikki on Condorcet-voittaja.*
2. *Condorcet-voittaja on joku muu ehdokas kuin ex-puheenjohtajan suosikki.*
3. *Condorcet-voittajaa ei ole.*

Lisätietoa vaalijärjestelmistä löytyy osoitteista
http://en.wikipedia.org/wiki/Condorcet_method ja
http://en.wikipedia.org/wiki/Instant_runoff_voting

Ratkaisut

Tehtävien 1-3 ratkaisut ovat esimerkkejä toimivista ratkaisuista, eivät ainoita oikeita.

(1) 12 äänestäjän mielestä paremmuusjärjestys on ABC, 8 mielestä BCA ja 9 mielestä CAB.

(2) 11 äänestäjän mielestä paremmuusjärjestys on ABC, 10 mielestä BCA ja 10 mielestä CAB.

(3) 4 äänestäjän mielestä paremmuusjärjestys on ABC, 14 mielestä BAC ja 13 mielestä CAB.

(4) Kohdat 1 ja 2: Koska Condorcet-voittaja voittaa kaikki kahden ehdokkaan väliset äänestykset, joissa hän on mukana, hän tulee valituksi. Kohta 3: Nyt ex-puheenjohtajan juoni toimii. Jos 1. kierroksen voittaja voittaisi myös 2. kierroksen, hän olisi Condorcet-voittaja. Koska oletimme, että Condorcet-voittajaa ei ole, on 1. kierroksen voittajan pakko hävitä 2. kierros, ja siis ex-puheenjohtajan suosikki voittaa 2. kierroksen ja tulee valituksi.