



# Matematiikka – monipuolinen tiede

**Matti Vuorinen**

Professori

Matematiikan laitos, Turun yliopisto

## Mitä matematiikka on?

Lähes jokaisella suomalaisella on käsitys siitä, mitä matematiikka on kouluaineena. Matematiikan todellinen luonne samoin kuin modernin matematiikan tutkimuksen motivaatiot ja visiot jäävät kuitenkin useimmille epäselviksi tai kokonaan tuntemattomiksi. Nykyyhteiskunnan arkipäivässä matemaattisiin keksintöihin pohjautuvilla laitteilla on kuitenkin suuri merkitys, olkoonkin, että matematiikan osuus jää usein piiloon laitteen käyttäjältä. Mitä sitten tarkoitetaan sanalla ”matematiikka”? Turun Akatemiassa vuonna 1645 [5] eräässä prof. *Simon Kexleruksen* johdolla julkaistussa väitöskirjassa annettiin seuraava määritelmä [6, s. 47]:

”Matematiikka on taito tutkia ja selvittää demonstraatioiden avulla olioiden kvaliteetteja.”

En nyt pyri Kexleruksen tavoin määrittelemään matematiikkaa, vaan nostamaan esille joitakin modernin matematiikan tutkimuksen ajankohtaisia visioita ja tutkimusaloja.

## Matematiikka tieteenä

Varhaisimmat dokumentit matematiikan historiasta on löydetty muinaisen Babylonian nuolenpääkirjoituksella

tehdystä savitauluista ja muinaisen Egyptin hieroglyfikirjoituksista. Kummassakin tapauksessa oli kysymys kokemusperäisten seikkojen soveltamisesta. Ratkaiseva askel eteenpäin otettiin antiikin Kreikassa, jossa kokemusperäiset geometriset seikat systematisoitiin ja niille esitettiin loogisen päättelyn avulla perustelu, todistus. Näin syntyi matemaattinen tiede [1, s. 768]. Teoksissaan *Eukleides* kokosi geometrian alalla saavutetut tulokset oppijärjestelmäksi, jossa keskeisiä olivat seuraavat seikat:

- tarkastelun kohteena olevat suureet määritellään täsmällisesti,
- tutkimustulokset lausutaan tarkassa muodossa,
- tulokset todistetaan deduktiivisesti, aksiomeihin perustuvilla loogisilla perusteluilla,
- tarkastelut eivät ole irrallisia, vaan liittyvät, uutta lisävalaistusta tuoden, aikaisempaan tutkimukseen.

Nämä piirteet ovat edelleenkin tyypillisiä kaikelle matemaattiselle tutkimustyölle. Matematiikan kehittymiselle tieteenä on olennaista, että uudet tulokset voidaan rakentaa vanhojen tulosten perustukselle, niitä hylkäämättä. Tehtävänasettelut voivat säilyttää ajan-kohtaisuutensa aikakaudesta toiseen samalla kuin ymmärrys niiden merkityksestä syventyy. Matematiikassa eivät ole keskeisiä numeroihin kohdistuvat laskutoimitukset tai kaavojen manipulointi, vaan matemaattinen

päätely, jonka kohteina voivat olla esim. matemaattisiin struktuureihin, kuten yhtälöryhmien ratkeavuuteen, liittyvät tarkastelut. Matematiikan erikoistuneita tutkimusaloja on nykyään useita satoja algebrasta ja analyysistä tietotekniikan matemaattiseen teoriaan ja matemaattiseen fysiikkaan.

Mitkä seikat sitten ohjaavat matematiikan kehitystä? Virikkeinä voivat olla sovelluksissa, esim. fysiikassa, esiintyvät tarpeet. Monesti voidaan todeta, että tutkimustyössä karaistunut tutkijan sisäinen näkemys, intuitio, johtaa tutkimushypoteeseihin, joihin aikanaan toivottavasti löydetään myös ratkaisu.

Intuition merkitys matemaattisten ideoiden tienviittana ilmenee seuraavasta *Albert Einsteinista* kerrotusta esimerkistä [6]. Matemaattisen fysiikan alalla työskennellyt Einstein joutui ponnistelemaan vuosikymmenen ennenkuin lopulta keksi yleisen suhteellisuusteorian. Useista epäonnistuneista yrityksistään huolimatta, työn vielä ollessa kesken, hän oli kuitenkin vakuuttunut, että luonnon todellisuutta oikealla tavalla kuvaava ratkaisu oli olemassa ja se oli löydettävissä. Uskonsa oikean teorian saavutettavuuteen Einstein muotoili seuraavasti [6, s. 7]:

”Luonto näyttää meille vain leijonan hännän. En kuitenkaan epäile, että siihen liittyy leijona, vaikka hän ei heti pystykään paljastamaan itseään valtavan kokonsa takia.”

Ratkaisuihin pääsy voi joskus kestää pitkäänkin: mm. kysymystä paralleelipostulaatin asemasta geometriassa pohdittiin antiikin ajoista 1800-luvun alkuun, jolloin se ratkesi epäeuklidisen geometrian synnyn yhteydessä. Toisena esimerkkinä matemaatikkojen ammatikunnan sitkeydestä voi mainita, että kuuluisan 1600-luvulla esitetyn Fermat’n ongelman ratkaisuun päästiin vasta vuosikymmenen sitten, yli 300-vuotisten ponnistelijien jälkeen.

## Matematiikka ja sovellukset

*Galileo Galilei* toteaa tunnetussa lausumassaan 1500-luvulta, että luonnon kirjaa ei voi lukea tuntematta kieltä, jolla se on kirjoitettu [2]. Tämän kielen kirjaimet ovat kolmioita, ympyröitä ja muita geometrisia kuvioita ja ilman näiden tuntemusta on mahdotonta ymmärtää luonnon kieltä.

Näin siis Galilein aikana, mutta mitkä ovat matematiikan sovellusmahdollisuudet nykyään? Haluaisin alleviivata sanaa ”kieli” Galilein lausumassa. Voidaan nimittäin todeta, että matematiikan ilmaisuvoimainen ja täsmällinen käsittekieli tarjoaa sopivia työvälineitä käsitteenmuodostukseen, metodinkehitykseen ja tieteellisiin läpimurtoihin kokonaan uusilla tieteenaloilla.

Ensimmäisenä esimerkkinä otan esille *Bernhard Riemannin* 1800-luvun puolivälissä luoman geometrian keskeisen roolin Einsteinin suhteellisuusteoriassa kaksi sukupolvea myöhemmin. Geometrian ja matemaattisen fysiikan hedelmällinen vuorovaikutus jatkuu fysiikan uusimmissa teorioissa nykyäänkin.

Toisena esimerkkinä voisi mainita algoritmien matemaattisen teorian, joka sijoittuu matematiikan ja tietojenkäsittelytieteen välimaastoon. Matemaatikkojen *John von Neumann* ja *Alan Turing* urauurtavilla tietokoneiden toimintaperiaatetta koskevilla töillä 1900-luvun puolivälissä oli keskeinen vaikutus ensimmäisten toimivien tietokoneiden syntyyn. Sittemmin algoritmien matemaattinen teoria on eriytynyt omaksi tutkimusalueekseen, jonka kehitys on ollut nopeaa viimeisten kolmen vuosikymmenen aikana. Yksittäisenä esimerkkinä alan suuresta merkityksestä voidaan mainita kaikkien Internetin käyttäjien tuntema hakupalvelu Google, jonka tehokkuus perustuu valtavan suuren matriisin ominaisarvojen laskentaan.

Kolmas esimerkkinä on uusi tieteenala, tieteellinen laskenta. Kysymyksessä on noin kymmenen vuotta sitten omaksi alakseen eriytynyt matematiikan haara, jolla on vahva poikkitieteellinen luonne. Siinä yhdistyvät matematiikka ja tietojenkäsittelytiede. Sen piiriin kuuluvat mm. simulointi, matemaattinen mallinnus ja laajojen aineistojen tietokoneavusteinen data-analyysi. Simuloinnissa tutkimuksen kohteena olevaa ilmiötä kuvataan sen olennaiset piirteet sisältävän mallin avulla. Simulointitekniikoilla on erittäin laajat sovellusmahdollisuudet teknisiin tieteisiin, biotieteisiin ja luonnontieteisiin. Simulointimallit antavat apuvälineen esim. matkaviestinverkkojen komponenttien optimoinnille jo suunnitteluvaiheessa, jolloin kalliilta korjauskustannuksilta verkon rakennusvaiheen aikana vältytään. Kustannussäästöt ovat oleellisia kansainvälisen kilpailukykyyn säilyttämiseksi. Tieteellisen laskennan kehittyessä matematiikan tutkimukseen soveltuvat ohjelmistot ovat tulleet laajaan käyttöön. Nämä ohjelmistot ovat avaneet kokonaan uudenlaisia mahdollisuuksia kokeellisen aineiston käyttöön matematiikan tutkimuksessa ja opeuksessa.

## Matematiikan haasteet

Ihmisen elinympäristö on muuttunut radikaalisti viime vuosikymmeninä. Osaltaan tämä johtuu arkipäivää helpottavista tekniikan keksinnöistä, joista edellä jo mainittiin tietokoneet ja matkaviestimet. Kummassakin tapauksessa matematiikan rooli on ollut keskeinen, seikka, jonka soisi olevan laajemmin tunnettu. Kysymys ei ole yksittäistapauksista, vaan arvostettujen asiantuntijatahojen näkemyksen mukaan high tech on suuressa määrin matemaattista tekniikkaa. Galileita

mukaillen voisi todeta, että matematiikka on nykyajan ympäristöoppia.

Nokian tutkimusjohtaja *Yrjö Neuvo* piti syksyllä 2001 esitelmän otsikkona ”Mathematics for mobile generations” [9], jossa hän toi esille matematiikan tärkeän roolin nykyisten matkaviestimien kehityksessä ja totesi, että seuraavan sukupolven viestimissä matematiikan rooli edelleen kasvaa. Matkaviestimien tulevien sukupolvien kehitykseen osallistuminen on haaste paitsi matematiikalle yleensä, myös nimenomaan suomalaiselle matematiikalle, koska kyseessä on kansantaloudellemme merkittävä teollisuudenala. On paikallaan korostaa, että luotettavassa tiedonsiirrossa keskeisen tärkeät matematiikan alat, kryptografia ja koodausteoria ovat juuri Turun yliopiston matematiikan laitoksen vahvuusaloja. Akateemikko *Arto Salomaan* ja professori *Aimo Tietäväisen* perustamat tutkimusryhmät ovat luoneet uraauurtavaa tutkimusta maassamme ja heidän ryhmistään polveutuvat lähes kaikki näiden alojen suomalaiset asiantuntijat.

*Paavo Lipposen* pääministerikaudellaan asettama Valtion tiede- ja teknologianeuvosto toteaa uusimman v. 2003 julkaistun raporttinsa [10] yhteenveto-osassa matematiikan merkityksestä mm. seuraavaa: ”Suomen kansainväliseksi vahvuudeksi katsotun korkean koulutustason turvaamiseksi esitetään tietoyhteiskunnan perusvalmiuksiin panostamista, matematiikan ja luonnontieteiden osaamisen lisäämistä sekä tohtorintutkimtoa seuraavaan tutkijanuraan ja tutkijoiden urakehitysmahdollisuuksiin panostamista.” Näin tämä tiedepolitiikan tuleviin linjauksiinkin todennäköisesti vaikuttava asiakirja tiivistää matematiikan merkityksen yhtenä tietoyhteiskunnan kulmakivistä.

Matematiikan asiantuntijoita on Suomessa liian vähän. Suurten ikäluokkien jäädessä eläkkeelle seuraavan vuosikymmenen aikana matematiikan, samoin kuin monien muiden alojen, asiantuntijatarpeen voi ennakoita merkittävästi vielä kasvavan sekä oppilaitoksissa että teollisuuden toimialalla. Keskeisinä tehtävinä ja tavoitteina tulevat olemaan toisaalta määrätietoisena jatkuva panostaminen tutkijankoulutukseen ja toisaalta yhteistyön syventäminen teollisuuden kanssa.

## Lopuksi

Matematiikka on toisaalta menetelmätiede, jolla on yhdenmukaistava vaikutus useilla käyttöalueillaan, toi-

saalta yhtenä vanhimmista tieteistä se on enemmän kuin sovellustensa summa. Matematiikka on dynaaminen tiede, josta ehtymättä kumpuaa uusia ideoita sekä perustutkimuksen että sovellusten käyttöön. Kukin tiede tarjoaa ikäänkuin oman ikkunansa totuuden katsoomiseen, ponnistelee kohti meitä ympäröivän todellisuuden ymmärtämistä ja antaa sovellustensa kautta motivaatioita ja visioita tulevaisuuden kehittämiseen. Matematiikan tarjoamat visiot liittyvät vahvasti luonnontieteiden ja tekniikan menetelmiin, joiden kehitykseen se on keskeisesti vaikuttanut antiikista nykypäivään.

## Kirjallisuutta

- [1] H. Bass: The Carnegie Initiative on the Doctorate: The Case of Mathematics, *Notices of Amer. Math. Soc.*, Vol. 50, Nr. 7, Aug. 2003, 767–776.
- [2] E.T. Bell: *Matematiikan miehiä*, WSOY, 1963.
- [3] A. Borel: On the place of mathematics in culture. *Duration and change*, 139–158, Springer, Berlin, 1994.
- [4] H. Hasse: *Mathematik als Wissenschaft, Kunst und Macht*, Wiesbaden, 1952.
- [5] M. Klinge *et al.*: *Helsingin yliopisto 1640–1990*. 1. osa: *Kuninkaallinen Turun akatemia 1640–1808*. Otava, Helsinki, 1987, ISBN 951-1-09736-9.
- [6] R. Lehti: *Leijonan häntä – luoko tietoa luonto vai ihminen?* Ursa, 2001, ISBN 952-5329-10-0.
- [7] O. Lehto: *Matemaattiset tieteet*. Teoksessa: *Suomen tieteen historia*. osa. *Luonnontieteet, lääketieteet ja tekniset tieteet*. Päätoim. P. Tommila, Porvoo, 2000, ISBN 951-0-23108-8.
- [8] *Mathematics unlimited – 2001 and beyond*, Ed. B. Engquist ja W. Schmid, Springer, Berlin, 2001, ISBN 3-540-66913-2.
- [9] Y. Neuvo: *Mathematics for mobile generations*. Fifth Diderot Mathematical Forum, November 22, 2001. <http://www.math.hut.helsinki.fi/diderot2001/programme.html>
- [10] Valtion Tiede- ja teknologianeuvosto: *Osaaminen, innovaatiot ja kansainvälistyminen*. [http://www.minedu.fi/tiede\\_ja\\_teknologianeuvosto/julkaisut/katsaus2003.pdf](http://www.minedu.fi/tiede_ja_teknologianeuvosto/julkaisut/katsaus2003.pdf)

Tämä artikkeli on Matti Vuorisen virkaanastujaisesitysartikkeli Turun Akatemiatalolla 15.10.2003. Artikkelin on julkaistu *Arkhimedes*-lehden numerossa 6/2003, ja se julkaistaan Solmussa *Arkhimedes*-lehden luvalla.