



## Kirja-arvio

John L. Casti ja Werner DePauli: Kurt Gödel – Elämä ja matematiikka

Suomentanut Risto Vilkkö, Art House 2001. 234 sivua, 32,90 euroa.

Kurt Gödel on matematiikan kulttihahmoja. Kaikki alkoi oikeastaan Eukleideesta, 2300 vuotta sitten. Eukleides rakensi geometriasta loogisen järjestelmän, jossa tieto perustui käsitteiden määritelmiin, niistä tehtyihin muutamiin perusoletuksiin, aksioomiin, ja näihin pohjautuviin todistusketjuihin. 1800-luvulla oltiin niin pitkällä, että havaittiin Newtonin ja Leibnizin 1600-luvulla alkuun panema ja luonnonilmiöiden mallinnuksessa, selittämisessä ja ennustamisessa kauniita voittoja näyttäneen matemaattisen analyysinkin tarvitsevan pitävän loogisen rakenteen. Sen pohjana piti olla kunnollinen käsitys lukujen olemuksesta. Reaaliluvut saatiinkin rakennetuiksi primitiivisemmistä rationaaliluvuista, jotka lepäsivät luonnollisten lukujen perustalla. Mutta mitä oikeastaan olivat luonnolliset luvut? Saksalainen Gottlob Frege rakensi 1800-luvun lopussa luonnolliset luvut luonnollisella tavalla ”yhtämonisuuden” käsitteestä, joukoista, joiden kokoa voitiin verrata ”alkio alkiolta”.

Mutta paratiisissa oli käärme. Nuori Bertrand Russell huomasi vuonna 1902, että joukko on epäselvä käsite. Sisältääkö niiden joukkojen joukko, jotka eivät sisällä itseään alkiona, itsensä? Erilaisia yrityksiä pelastaa joukot, luonnolliset luvut ja matematiikka syntyi. Russell ja A.N. Whitehead kehittivät hyvät ja huonot joukot erottavan tyyppiteorian ja rakensivat suuressa ja esittivät ehdotuksensa matematiikan – olennaisesti luonnollisten lukujen joukon perustuksesta – sangen vaikealukuisessa teoksessaan Principia Mathematica. 1900-luvun alun matematiikan voimahahmo, David Hilbert, ryhtyi kehittämään ohjelmaa, jonka tar-

koitus oli rakentaa matematiikka muusta todellisuudesta irrallisena formaalina järjestelmänä. Se olisi kelvollinen, kunhan se olisi ristiriidaton. Ja kaikki matemaattiset totuudet tulisivat tässä järjestelmässä ennen pitkää todistetuiksi.

Tässä astuu kuvaan bööminsaksalainen, Brnossa 1906 syntynyt mutta Wienissä vaikuttanut Kurt Gödel. Vuonna 1931 ilmestyi hänen artikkelinsa Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Siinä hän todisti, että matemaattinen teoria, esimerkiksi luonnollisiin lukuihin perustuva lukuteoria, sisältää välttämättä sellaisia totuuksia, joita on mahdoton tämän järjestelmän omisissa puitteissa pysytellen todistaa. Hiukan myöhemmin Gödel osoitti, että erityisesti yksi tällainen asia on järjestelmän ristiriidattomuus. Gödelin metodi oli numeroida käsitteet ja teoreemat ja todistukset. Näin hän ilmaisi luvuilla lukuja koskevia totuuksia ja johtui hengeltään hiukan samanlaisiin paradokseihin kuin Russell, joka käsitteli joukkoja, joiden alkiot ovat joukkoja.

Gödelin tulos ei ole käytännössä matematiikkaa tuhonnut. Matemaatikot todistavat teoreemoja eri keinoin. Monet luonnollisia lukuja koskevat tiedot ovat kautta aikojen perustuneet varsinaisen lukuteorian ulkopuolelta saatuihin menetelmiin. Mutta Gödelin tulokset ovat filosofisesti tärkeitä. Ne avartavat suuresti näkemystämme siitä, mitä matematiikka on ja mitä se ei ole.

Suomennetun Gödel-kirjan alkuperäinen nimi on suomenkokeeseen hiukan muuttunut. Alkuteos on nimittäin *Kurt Gödel. A life of logic*. Kirjan tekijäkaksikko

työskentelee Wienissä, vaikka Casti onkin amerikkalainen. Kirja on lukijalle pieni pettymys. Gödelin elämä tulee aika pintapuolisesti esitellyksi. Gödel oli melko eksentrisen henkilö. Hän kärsi mielenterveysongelmista ja luulosairaudesta. Gödel ei ollut juutalainen, mutta hän pakeni Itävallasta vuonna 1940 Saksan, Latvian ja Venäjän kautta Yhdysvaltoihin. Junamatka talvisen Siperian halki on varmaan ollut melkoinen suoritus ulkomaailmasta yleensä melko vähän piitannelle tiedemiehelle. (Gödelin vastaus, kun häneltä tiedusteltiin oloista Wienissä toisen maailmansodan alkuvaiheiden aikaan, on klassikko: ”Kahvi oli aika kurjaa”.) Lopuelämänsä Gödel vietti Institute for Advanced Studyssä Princetonissa. Sielläkään hän ei suinkaan heti saanut vakinaista virkaa, luultavasti ainakin osin eräänlaisen epäsosiaalisuutensa vuoksi. Kaikesta tästä olisi odottanut kirjan kertovan paljon elävämmin kuin se tekee.

Gödelin matemaattisten tulosten olemusta kirja pyrkii parhaansa mukaan kansantajuistamaan. Keino pyrkii hyödyntämään wieniläisyyttä kekseliästikin: lukuteorian teoreemoja mallinnetaan rinnastamalla ne Sacher-tortturesepteihin. Kirjoittajat ovat kuitenkin käyttäneet Gödelin nimeä hyväkseen sisällyttämällä teokseen melko pitkiä jaksoja ilmeisesti heitä itseään kiinnostavista, mutta vain marginaalisesti Gödeliä si-

vuavista aiheista kuten tekoälystä ja laskennallisesta kompleksisuudesta. Sen sijaan emme saa juuri tietoa Gödelin ajatusten kehittymisestä, hänen oivallustensa hetkistä, nerouden leimahduksista. Myös Gödelin Amerikan-vuosien asiat kuten hänen työnsä Einsteinin yleisen suhteellisuusteorian parissa jäävät jotenkin irralleen.

Suomeksi ilmestyy nykyään aika paljon yleistajuisehkoa matemaattista kirjallisuutta. Silti sopii toivoa, että kielimuurien yli kammettaisiin mahdollisimman hyviä tekstejä. Olisi suonut, että suomennoksen kohteeksi olisi tullut John W. Dawson Jr.:n vuonna 1997 ilmestynyt vakava Gödel-elämäkerta *Logical Dilemmas. The Life and Work of Kurt Gödel*. Se olisi ollut hyvä täydennys kahden Gödeliin eri tavoin liittyvän tutkijan esimerkiksiin suomennettuihin elämäkertoihin, nimittäin Terra Cognitan julkaisemiin Albrecht Fölsingin Albert Einstein -elämäkertaan ja Andrew Hodgesin Alan Turing -elämäkertaan.

Gödel-kirjan suomentaja Risto Vilko ei saa kovin puhaita papereita työstään. Lauseenvastikkeet ovat ihmeellisiä eivätkä termitkään aina ole ihan kohdallaan.

Vaikka tässä kritiikkiä tulikin, niin kyllä Castin ja DePaulin kirjasta sen verran oppii, että se lukea pitää!

### **Matti Lehtinen**

Dosentti

Matematiikan laitos, Helsingin yliopisto