Olipa kerran köyhä maanviljelijä

Kimmo Koskinen, Rolf Malmelin, Ulla Laitinen ja Anni Salmela

1 Johdanto

Tässä raportissa esittelemme ratkaisukeinon ongelmalle, joka on suunnattu 7–12-vuotiaille oppilaille peruskoulussa. Koska olemme jo työssäkäyviä opettajia, meillä oli tilaisuus testata ongelmaa 4. luokan oppilailla peruskoulussa. Nämä opppilaat eivät olleet vielä opiskelleet mitään geometrian termistöä. Ainoat termit, jotka he tunsivat ennalta, olivat ”suorakulmio”ja ”viiva”. Ainoa keino, jolla he voisivat tarkaista tämän ongelman, oli konkreettinen ongelmanratkaisukyky. Koska tämä ongelma oli aika vaikea, valitsimme oppilaita, jotka aikaisemmin olivat pärjänneet hyvin matematiikassa.

Meille opettajille ongelman ratkaiseminen ei ollut haaste (lopulta saimme ratkaistua sen!), vaan kuinka ymmärtää oppilaiden matemaattista ongelmanratkaisukykyä, kun he yrittävät ratkaista ongelman. Lisäksi kaikkein tärkeintä oli yrittää kehittää heidän matemaattista ja metakognitiivistä ajatteluaan, jotta voisimme luoda heille hyvän perustan matematiikan jatko-opinnoille. Huomasimme, että parhaimman tuloksen aikaansaamiseksi yhteistyö oli hyvä tapa. Myös oppilaiden puhuminen heidän matemaattisesta ajatteluprosessistaan auttaa heitä prosessissa. Tämän ongelman ratkaisemien oppilailla oli erittäin hyvä didaktinen harjoitus meille.

Ongelma: Pelto on muodoltaan suorakulmio. Suorakulmion sisällä on toinen suorakulmio. Kuinka voidaan piirtää suora viiva, joka jakaa kummatkin suorakulmiot kahteen yhtäsuureen osaan?

2 Keinot

2.1 Motivointi

Ensiksi opettajan pitää motivoida oppilaat kertomalla heille tarina maanviljelijästä. Riippuen tilanteesta opettaja voi piirtää kuvia, tehdä tarinasta pidemmän tai käyttää muita erilaisia motivointikeinoja. Tarina voi esimerkiksi olla seuraava:

”Olipa kerran vanha köyhä maanviljelijä. Hänellä oli 2 poikaa ja vähäpätöinen kuiva pelto. Hän halusi jakaa peltonsa pojilleen ja antaa heille samankokoiset palat pellosta. Pelto oli muodoltaan suorakulmio. Keskellä peltoa oli alue, joka oli myös muodoltaan suorakulmio. Maaperä tässä sisemmässä suorakulmiossa oli parempaa kuin muualla pellolla. Maanviljelijä ajatteli rakentaa suoran aidan pellolle jakamaan sen. Miten voisit auttaa?

2.2 Työohjeet

Opettaja kertoo oppilaille, että he voivat askarrella paperisuorakulmioilla, joita heille on annettu. Havainnollisen materiaalin pitäsi auttaa oppilaita yrittämään erilaisia ratkaisumalleja. Ongelmanratkaisuun on annettu seuraavat työkalut:

- muovinen juomapilli
- piirrustusnasta pillin kiinnitykseen suorakulmioon
- eri kokoisia paperisuorakulmioita
- työalusta
- sakset

Kun oppilaat ovat saaneet materiaalit, heidän tulisi oma-aloitteisesti yrittää löytää ratkaisua. Oppilaat voivat askarrella paperisuorakulmioita pienemmiksi, he voivat jakaa suorakulmiot pillillä ja jne. Opettaja voi tarvittaessa antaa pieniä vihjeitä oppilaille.

3 Oppimis- ja opettamisprosessi

3.1 Todellinen tilanne koulussa

Näin opettaja sanoi eri tilanteissa:

- ”Miettikää ensin erilaisia tapoja jakaa suurempi suorakulmio kahteen yhtälaiseen osaan.”
- ”Yrittäkää löytää erilaisia ratkaisuja piirtämällä tai käyttämällä havaintomateriaalia.”
- ”Kirjoittakaa paperille tai kertokaa muille oppilaille ajatuksianne asiasta.”
- ”Yrittäkää selvittää, että onko olemassa tietty piste, jonka kautta suora (aita) aina kulkee.”

Kaikki meni varsin hyvin, mutta kuten oppilaat raportissaan kirjoittavat, opettajan vihjeet olivat heille välttämättömiä. Jälkeenpäin kaikki oppilaat olivat onnellisia, ja he kertoivat innokkaasti ratkaisunsa muille oppilaille.

3.2 Ratkaisu

Lopuksi oli aikaa selittää ongelman ratkaisu oppilaille matematiikan termein. Se meni näin: Millainen suora jakaa suorakulmion kahteen yhtälaiseen osaan? Sellainen, joka kulkee keskipisteen kautta, esimerkiksi diagonaali.

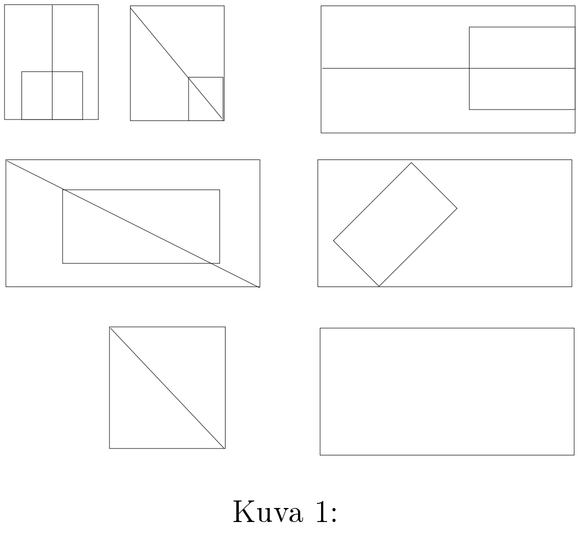
Ensin oppilaiden on huomattava, että suorakulmio on symmetrinen suoran suhteen. Kun tämä on huomattu, oppilaat havaitsevat, että symmetriasuorat kulkevat keskipisteen kautta. Kiertämällä näitä symmetriasuoria oppilaat huomaavat, että mikä tahansa suorakulmion keskipisteen kautta kulkeva suora jakaa suorakulmion kahteen yhteneväiseen osaan.

Jos aita kulkee kummankin suorakulmion keskipisteen kautta, niin se jakaa ne molemmat kahteen yhteneväiseen osaan. Pienempi suorakulmio voi olla missä tahansa suuremman sisällä.

Koko prosessi oli erittäin hyödyllinen meille opettajille ja myös lapset pitivät siitä. Tämä harjoitus oli juuri sitä mitä olimme tältä kurssilta odottaneetkin.

Tässä on muutamia esimerkkejä oppilaiden ajatusprosessista

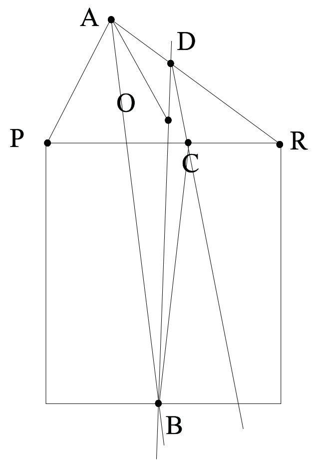
”Aluksi näytti helpolta, mutta sitten tuli ongelmia... Kun saimme vihjeen Kimmolta alkoi jo helpottamaan, ja viivotinkin sai käyttöä. Vedimme ristin paperin keskelle. Siinä meni turhaan aikaa, koska vasta sen jälkeen tajusimme taittamistekniikan. Kohta laitoimme aidan keskelle ja se oli ratkaisu. Siitä saimme liikuteltua oranssiapalaa.”



Kuva 1:

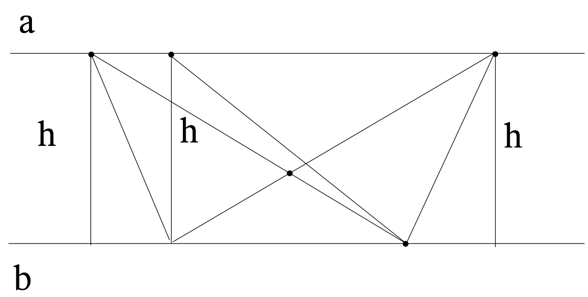
Sininen viiva jakaa kuvion (kuva 2) kahteen yhtäsuureen osaan. Oikaistaan viiva siirtämällä piste A paikkaan D, josta piirretään viiva pisteeseen B

(= kuvion puolittaja). Syntyy kolmiot ΔAOD ja ΔOBC, jotka ovat yhtenevät.



Kuva 2:

$$A\Delta = \frac{hc}{2} \qquad \text{Ala on vakio} \begin{cases} c = \text{vakio} \\ h = \text{vakio} \end{cases}$$



Kuva 3:

Koska ala pysyy vakiona, ja molemmista kolmioista otetaan pois yhtä suuri pala, jäljelle jäävät alat ovat yhtä suuret.