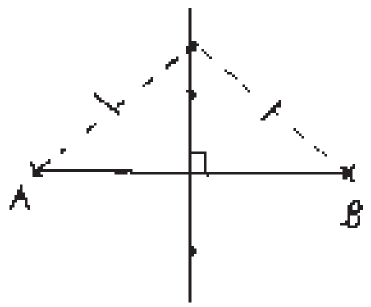
Joitakin ympyröiden ja kulmien yleisiä ominaisuuksia

Ari Jokialho

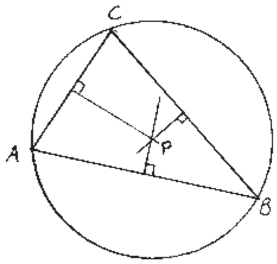
Esitykseni käsittelee joitakin yleisiä ympyröiden ja kulmien ominaisuuksia. Kaikille oppilaille ei ole helppoa opettaa geometriaa. On keksittävä erityisiä keinoja, joilla saamme oppilaat ymmärtämään geometriaa ja matematiikkaa.

Ensimmäiseksi käsittelen pisteitä, joilla on sama etäisyys kahdesta annetusta pisteestä. Voimme yhdistää pisteet suoralla. Saamme janan AB. Sitten voimme piirtää pystysuoran viivan janan AB puoliväliin. Kaikki pisteet jotka ovat pystysuoralla viivalla ovat yhtä kaukana pisteistä A ja B.



Kuva 1.

Pohditaan kolmiota ABC. Piirretään kolmion ABC kaikkien sivujen keskipisteistä sivuihin nähden kohtisuorat viivat. Saamme pisteen P, jolla on sama etäisyys kolmion ABC kulmiin. Voimme valita kolmion ABC kaikkia kulmia sivuavan ympyrän keskipisteeksi pisteen P. Pisteillä A, B ja C on sama etäisyys pisteestä P.

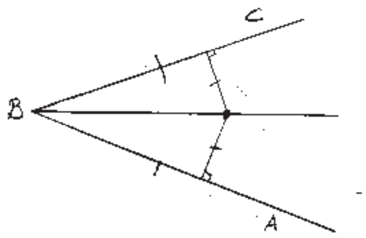


Kuva 2.

Kulman puolittaja

Pohditaan kulmaa ABC. Kun olemme piirtäneet kulman ABC puolittajan, voimme huomata, että kaikki pisteet, jotka ovat kulman puolittajalla, ovat yhtä etäällä kulman ABC kyljistä.

Kulman kylkiin nähden kohtisuora etäisyys on lyhin etäisyys kulman puolittajalle.



Kuva 3.

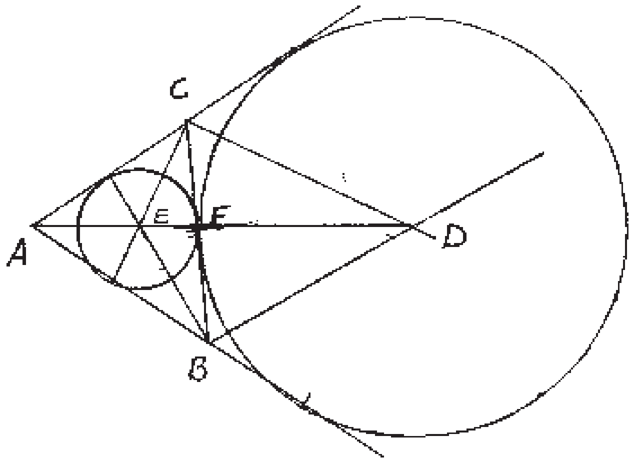
Seuraavaksi voimme tarkastelemme kolmiota ABC. Piirrettään kaikille kolmion ABC kulmille kulmanpuolittajat.

Saamme kaikkien kulmanpuolittajien leikkauspisteen E. Valitaan E ympyrän keskipisteeksi. Säteeksi valitaan etäisyys kolmion ABC sivuun. Piirretään ympyrä, joka on kolmion ABC sisällä.

Pidennetään kulman A puolittajaa ja jatketaan sivuja AB ja AC. Syntyy kaksi kulmaa, joiden kylkinä ovat kolmion sivu BC ja sivujen AC ja AB jatkeet. Piirretään kyseisille kulmille puolittajat.

Saadaan piste D. Valitaan piste D keskipisteeksi ja jana DF säteeksi ja piirretään ympyrä, mikä sivuaa kolmion ABC kylkeä. Jana BC on ympyrän D tangentti.

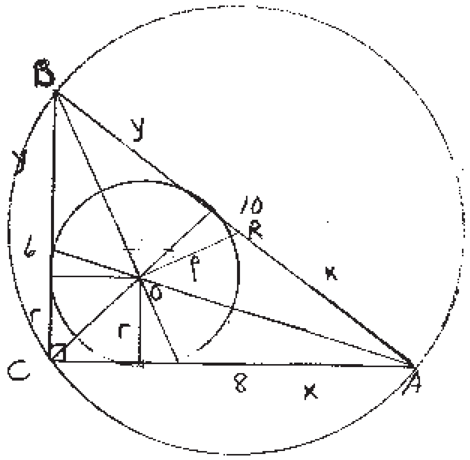
Kolmion ABC kulmien puolittajilla on yhteinen leikkauspiste, joka on sisäänpiirretyn ympyrän keskipiste.



Kuva 4.

ABC on suorakulmainen kolmio. Lyhin kateetti on 6, pisin 8 ja hypotenuusa on 10. Selvitetään kolmion sisä- ja ulkopuolelle piirrettyjen ympyröiden keskipisteiden välinen etäisyys.

Piirretään aluksi kaikki suorakulmaisen kolmion kulmanpuolittajat. Saadaan piste O. Piirretään ympyrä kolmion sisään. Olkoon ympyrän O säde r. Ympyrän O tangentteina ovat kolmion ABC sivut. Ulkopuolelle piirretyn ympyrän keskipiste on hypotenuusalla AB.

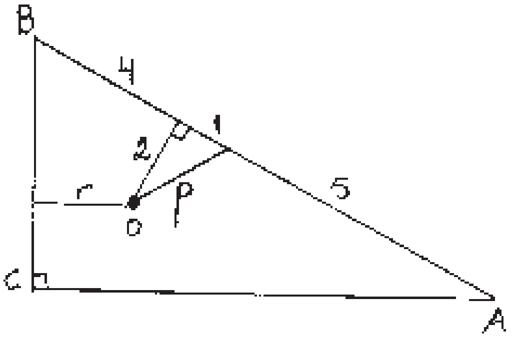


Kuva 5.

Tehdään yhtälö kuvan 5 mukaan: $2r + 2x + 2y = 24$. Ratkaistaan yhtälö ja huomataan, että $r = 2$, $y = 4$ ja $x = 6$.

Thales: Kulma puoliympyrän kehällä on suora kulma

Voidaan käyttää Pythagoraan lausetta $a^2 + b^2 = c^2$ kuvan 6 etäisyyden p ratkaisemiseen.



Kuva 6.

Näillä yhtälöillä olemme löytäneet kahden keskipisteen välisen etäisyyden. Pisteiden O ja P välinen etäisyys on $\sqrt{5}$