

Tehtävät 3

1. Pöydällä on kaksi lasia, A ja B. Toisessa lasissa on 19 ja toisessa 32 kuulaa. Pekka tietää kuulien lukumäärän lasissa. Hän kertoi lasissa A olevien kuulien lukumäärän 18:lla ja lasissa B olevien kuulien lukumäärän 13:lla ja laski tulokset yhteen. Summasta tuli parillinen. Montako kuulaa on lasissa A ja montako lasissa B?

2. Lukujonoon $3, 6, 12, 5, 10, \dots$ saadaan seuraava jäsen edeltävästä siten, että edeltävän luvun viimeinen numero kerrotaan kahdella ja siihen lisätään alkuperäisestä luvusta jäljelle jäänyt osa. (Esimerkiksi luvusta 134 viimeinen numero eli 4 kerrotaan kahdella ja siihen lisätään jäljelle jäänyt 13. Siis $2 \cdot 4 + 13 = 21$, joka on lukujonon seuraava jäsen.) Mikä on lukujonon 1995. jäsen?

3. Lapset muodostavat piirin leikkiessään. Jokainen lapsi saa vuorollaan oman lukunsa: $1, 2, 3, 4, \dots$. Luvun 10 saanut lapsi seisoo vastakkain luvun 43 saaneen lapsen kanssa. Montako lasta on piirissä?

4. Taululle kirjoitetaan neljä lukua. Niistä pyyhitään kaksi pois ja molempien tilalle kirjoitetaan luvut, jotka ovat poispyyhittyjä lukuja yhtä suuremmat. Onko mahdollista, että taululla olisi lopuksi neljä samaa lukua, kun aloitusluvut ovat $1, 9, 9, 6$?

5. Kun olin 8-vuotias, isäni oli 31. Nyt isäni on kaksi kertaa niin vanha kuin minä. Kuinka vanha olen nyt?

6. Tonttu valmisti lettuja ja vaniljakastiketta ystävilleen. Hänen kattaessaan pöytää vaniljakastike katosi. Kurpitsatalossa oli tontun lisäksi Rusina-porsas, Juuso-koira, Mörrikissa ja Musti-koira. Kun tonttu kysyi, kuka söi vaniljakastikkeen, vieraat vastasivat näin:

Rusina-porsas: ”Juuso söi vaniljakastikkeen.”

Juuso-koira: ”Mörripäs söi.”

Musti-koira: ”Se en ollut minä”

Mörrikissa: ”Juuso valehtelee.”

Kuka söi vaniljakastikkeen, kun täsmälleen yksi näistä neljästä valehtelee?

7. Seuraavassa yhteenlaskussa samat kirjaimet merkitsevät samoja ja eri kirjaimet eri numeroita. Mitä lukua merkitsee ABCDACE?

$$\begin{array}{r}
\text{ABCDACE} \\
\text{BCDACE} \\
\text{CDACE} \\
\text{DACE} \\
\text{ACE} \\
\text{CE} \\
+ \quad \text{E} \\
\hline
\text{EEEEEE2}
\end{array}$$

8. Piirrä kahdeksan janaa siten, että jokainen niistä leikkaa kolmea muuta janaa.

9. Toimistossa johtaja vie päivän mittaan kirjeitä puhtaaksikirjoitettavaksi sihteerille. Johtaja laittaa kirjeet aina samaan pinoon, uusimman päällimmäiseksi. Sihteerä ottaa päällimmäisen kirjeen ja kirjoittaa sen puhtaaksi ajan niin salliessa. Jos kirjeitä on kaikkiaan viisi ja johtaja on laittanut ne pinoon järjestyksessä 1–2–3–4–5, niin missä missä seuraavista järjestyksistä sihteerä ei varmasti ole voinut kirjoittaa kirjeitä?

- (A) 1–2–3–4–5 (B) 2–4–3–5–1 (C) 3–2–4–1–5
 (D) 4–5–2–3–1 (E) 5–4–3–2–1

10. Kuinka voidaan jakaa neliö kymmeneen pienempään neliöön?

11. Kuinka monta numeron 7 sisältävää kokonaislukua on lukujen 1 ja 1995 välissä?

12. Tammikuussa oli täsmälleen 4 maanantaita ja 4 perjantaita. Mikä viikonpäivä oli tammikuun ensimmäinen?

13. Ulpukka kasvaa joka päivä kaksinkertaiseksi. 112 päivän kuluessa se on peittänyt koko lammen. Kuinka kauan menee kahdeksalta tällaiselta ulpukalta lammen peittämiseen kokonaan?

14. Miten lukujono 100, 101, 103, 107, 115, 122, 127, ... jatkuu?

15. Olipa kerran neljä vaatimatonta: Vieno, Kaino, Aino ja Eino. He puhelivat vaatimattomasti keskenään. Vieno sanoi: Kaino on vaatimattomin; tähän Kaino vastasi, että Eino on vaatimattomin. Eino taas ei ollut mielestään vaatimattomin, ja samaa sanoi itsestään Aino. Neljästä väittämästä vain yksi oli totta, kuten myöhemmin vaatimattomasti paljastuu. Kuka oli neljästä vaatimattomasta vaatimattomin?

16. Järjestä kymmenen pistettä viidelle suoralle siten, että kullekin suoralle tulee neljä pistettä.

17. Sijoita lausekkeeseen $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ sulkeet siten, että tulos on

- a) 50,
- b) suurin mahdollinen,
- c) pienin mahdollinen.

18. Jaa luvut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ja 13 kolmeksi joukoksi siten, ettei yhdessäkään joukossa esiinny kahta sellaista lukua, joiden erotus sisältyisi samaan joukkoon (esim. 8 ja 4 eivät voi olla samassa joukossa, sillä $8 - 4 = 4$).

19. Erään nelinumeroisen luvun numerot on kirjoitettu suuruusjärjestykseen pienimmästä suurimpaan, eräs toinen luku taas koostuu samoista numeroista, mutta niiden järjestys on suurimmasta pienimpään. Kolmannesta luvusta tiedetään vain, että se koostuu myös samoista numeroista, mutta niiden järjestystä ei tiedetä. Mitkä ovat nuo kolme lukua, kun niiden summa on 17967?

20. Lapset leikkivät numeronarvausleikkiä. He ajattelevat yhtä kokonaislukua, joka on 1 ja 300 väliltä siten, että se voi olla myös 1 tai 300. Kolme lasta sanoo seuraavaa ajatellusta luvusta:

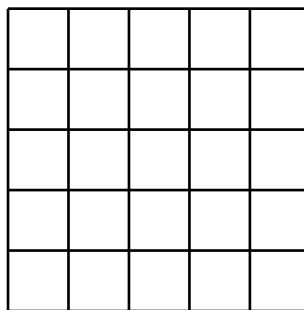
Anna: Luku on 1 ja 100 väliltä.

Pasi: Luku ei ole 101 ja 200 väliltä.

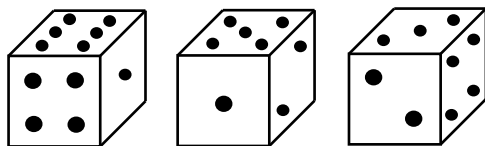
Kirsti: Luku ei ole 1 ja 100 väliltä.

Äkkiä kaksi heistä tunnustaakin valehdelleensa. Minkä lukujen väliltä olisi mielekästä jatkaa etsintää?

21. Jaa 5×5 -ruutuinen neliö seitsemään suorakulmioon siten, että kaikki suorakulmiot ovat keskenään erilaisia!



22. Viereen on kuvattu noppa kolmessa eri asennossaan. Montako silmää on nopan alimmalla sivulla kussakin eri tilanteessa? Perustele vastauksesi!



23. Säästäväinen setä neuvoi, että poltettujen kynttilöiden pätkät pitäisi panna talteen, sillä jo seitsemästä kynttilän pätkästä saisi valmistettua kahdeksannen kynttilän. Kuinka monta kynttilää voisi täten polttaa 92 ostetusta kynttilästä?

24. Erään bussireitin varrella on 12 pysäkkiä. Yhden matkan aikana ei ollut kahta ihmistä, jotka olisivat nousseet kyytiin ja jääneet pois yhtä aikaa, toisin sanoen kaikki kyydissä olleet matkustivat erilaisen matkan. Ratkaise montako ihmistä korkeintaan matkusti bussilla tämän yhden matkan aikana!

25. Positiiviset kokonaisluvut on jaettu lukujoukkoihin seuraavasti:

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10\}, \dots$$

Millä luvulla alkaa 100. lukujoukko?

26. Kuninkaalla oli 7 poikaa. Hän jakoi linnansa pojilleen. Nuorin pojista sai muutaman linnan, toiseksi nuorin kaksinkertaisen määrän, kolmanneksi nuorin kolminkertaisen määrän nuorimpaan verrattuna, jne. Näin vanhin pojista sai 7-kertaisen määrän linnoja nuorimman prinssin linnoihin nähden.

Kuningattaren mielestä jako oli epäoikeudenmukainen, ja hän sanoi pojilleen: ”Teistä jokaisen on annettava 2 linnaa jokaiselle pikkuveljellenne, ja koska kuopuksella ei ole pikkuveljeä, hän saa pitää kaiken, minkä sai.”

Tällä tavalla jokainen prinssi sai hallittavakseen yhtä monta linnaa. Montako linnaa kuninkaalla oli?

27. Liisa, Maija, Kaisa ja Hanna halusivat päästä pimeään tunnelin läpi. Heillä on lamppu, joka kestää 12 minuuttia. Liisalla tunnelin läpi menemiseen menee 1 minuutti, Maijalla 2, Kaisalla 4 ja Hannalla 5. Tytöt pelkäävät pimeässä ja siksi he eivät uskalla mennä tunneliin ilman lamppua. Tunneli on niin kapea, että sinne mahtuu korkeintaan kaksi tyttöä kerrallaan. Pääsevätkö tytöt tunnelin läpi?

28. Voiko luvut $0, 1, 2, 3, \dots, 8, 9$ kirjoittaa ympyrän kehälle sellaisessa järjestyksessä, että minkä tahansa 3 vierekkäisen luvun summa on enintään 15?

29. Voiko luvut $1, 2, 3, \dots, 13, 14$ kirjoittaa ympyrän kehälle sellaisessa järjestyksessä, että vierekkäisten lukujen erotus on 3, 4 tai 5?

30. Isä jakoi kolmelle eri-ikäiselle lapselleen 9 kahden euron ja 6 yhden euron kolikkoa. Kaikki lapset saivat saman määrän kolikkoja ja jokainen arvoltaan oman ikänsä verran. Minkä ikäisiä lapset mahtoivat olla?

31. Erään kilpailun finaaliin osallistui 3 oppilasta. Heille tehtiin 10 kysymystä. Oikea vastaus palkittiin 10:llä pisteellä, väärästä taas verotettiin 5 pistettä. Kilpailijat saivat yhteensä 240 pistettä. Kilpailijalla nro 2 oli 3 oikeaa vastausta enemmän kuin kilpailijalla nro 1. Montako oikeaa vastausta kullakin kilpailijalla oli?

32. Mansikki-vasikalla on uusi juhlapuku, jossa on valkoisia, mustia ja ruskeita laikkuja. Kahta laikkua lukuunottamatta kaikki laikut ovat valkoisia, kahta lukuunottamatta ruskeita ja kahta lukuunottamatta mustia. Montako laikkua on Mansikin uudessa puvussa?

33. Lapsenlasten iät ovat samat kuin isoäidin iän kaksi numeroa. Lapsenlasten ja isoäidin yhteisikä on 72 vuotta. Minkä ikäinen on isoäiti?

34. Mihin numeroon päättyy pienimmän 1997-numeroisen ja suurimman 1996-numeroisen luvun summan ja erotuksen tulo?

35. Yhteenlaskussa tietty kirjain edustaa tiettyä numeroa, ja jokainen kirjain on eri numero. Mitä lukua edustaa sana HIDAS?

$$\begin{array}{r} \text{HIDAS} \\ \text{HIDAS} \\ +\text{HIDAS} \\ \hline \text{LIHAS} \end{array}$$

36. Kirjoita suurin sellainen 6-numeroinen luku, jossa kolmannelta numerosta lähtien jokainen numero on kahden edellisen tulo.

37. Kuinka monta sellaista 3-numeroista lukua on olemassa, jossa luvun kaikkien numeroiden tulo on sama kuin sen ensimmäisen ja kolmannen numeron tulo?

38. Poika piti tiukasti kädessään keltaista ja sinistä väriliitua. Poika maalaasi 1 cm pituisen osan sinisen väriliidun alaosaan siltä puolelta, joka kosketi keltaista väriliitua. Sen jälkeen hän veti keltaista väriliitua 1 cm alaspäin suhteessa liikkumattomaan siniseen väriliituun ja siirsi liidut sitten alkuperäiseen asentoon. Sitten poika taas liikutti keltaista alaspäin 1 cm ja takaisin. Poika teki tämän 10 kertaa: siirsi keltaista 10 kertaa alaspäin ja takaisin ylöspäin (siis yhteensä 20 liikettä). Oletetaan, että maali ei kuivu eikä kulu pois täysin. Kuinka monen cm matkalla keltainen väriliitu sotkeutui 20 liikkeen aikana?

39. Barbapapa ja Barbamama pelasivat shakkia. He sopivat, että voittaja saa aina 5 pistettä, häviäjä 0 pistettä ja tasapelistä molemmat saavat 2 pistettä. He pelasivat yhteensä 13 peliä ja saivat yhteensä 60 pistettä. Barbamama sai pisteitä voitoista 5 kertaa niin paljon kuin tasapeleistä. Montako peliä voitti Barbapapa?

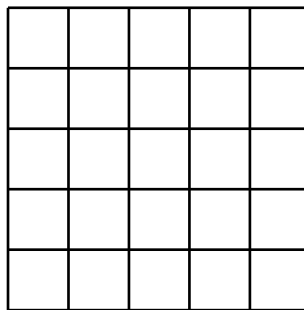
40. Onko mahdollista jakaa hevosenkengän muotoista kakkua kuuteen osaan ainoastaan kahdella suoralla viillolla? (Paloja ei saa siirrellä ensimmäisen leikkaamisen jälkeen.)

41. Etsi pienin mahdollinen luonnollinen luku, jonka numeroiden tulo on 1296.

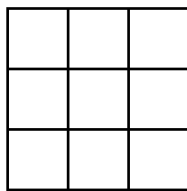
42. Kauppias osti markkinoilta hevosen 600 markalla ja myi sen sitten myöhemmin 700 markasta. Jonkun ajan kuluttua kauppias ostikin saman hevosen takaisin itselleen maksaen siitä nyt 800 markkaa. Pian tämän jälkeen hän myi hevosesa taas pois, tällä kertaa 900 markasta. Kuinka kauppiaalle loppujen lopuksi näissä hevoskaupoissa kävi, jäikö hän voiton puolelle vai hävisikö? Paljonko kauppias voitti (tai hävisi)?

43. Kääpiöt ostivat yhdessä tynnyrillisen mehua. Jos kukin heistä maksoi 8 penniä, jäi vielä 3 penniä ylimääräistä. Kunkin taas maksaessa 7 penniä jäi hinnasta puuttumaan 4 penniä. Montako kääpiötä mehutynnyriä oli ostamassa ja paljonko se maksoi?

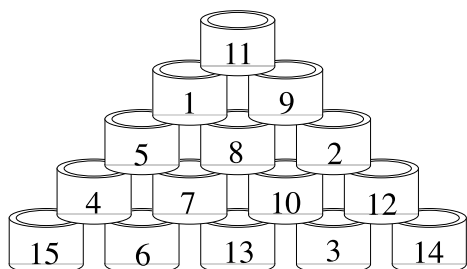
44. Merkitse 5×5 -ruutuisesta neliöstä 5 ruutua siten, että mitkään kaksi eivät ole samalla vaaka- tai pystyrivillä, samalla lävistäjällä tai samalla vinorivillä.



45. Sijoita 3×3 -ruutuisen taikaneliön ruutuihin luvut 1, 7, 13, 31, 37, 43, 61, 67 ja 73 sillä tavoin, että jokaisella vaaka- ja pystyrivillä sekä lävistäjillä olevien lukujen summat ovat aina samat.



46. Huvipuistossa lapset menivät kokeilemaan, osuisivatko pallolla säilykepurkkeihin. Purkki putosi, jos pallo osui siihen tai jos jompikumpi sitä kannatteleva purkki putosi pois alta. Montako onnistunutta heittoa vähintään tarvitaan, jotta pudotettujen purkkien lukujen summa olisi täsmälleen 50?



47. Kolme noppaa ovat samanlaisia niin väritykseltään kuin kooltaan kiin. Niiden kuusi sivua ovat keskenään eriväriset. Timo, Veijo ja Pertti pitävät kukin kädessään yhtä noppaa ja luettelevat yhteen kulmaan rajautuvat värit, jotka kunkin omassa nopassa ovat näkyvissä.

Timo: "Sininen, valkoinen ja keltainen."

Veijo: "Oranssi, sininen ja punainen."

Pertti: "Vihreä, oranssi ja valkoinen."

Mikä väri on valkoista vastapäätä?

48. Merkitse lukujen välille $+$, $-$ ja $\cdot$ -merkkejä niin, että tulos pitää paikkansa!

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 = 9$$

49. Kirjoita luvut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 oheisen taulukon ruutuihin siten, että kunkin vaaka- ja pystyrivin summaksi tulee se, mitä niiden viereen tai alle on kirjoitettu.

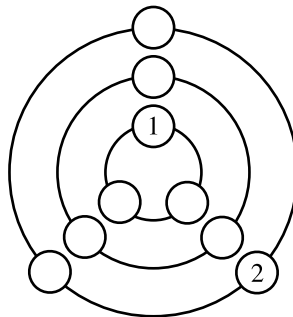
			6
			16
			23
14	12	19	

50. Kirjoita luvut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 oheisen taulukon ruutuihin siten, että kunkin vaaka- ja pystyrivin lukujen tulo on sama kuin niiden niiden viereen tai alle kirjoitettu luku.

			20
			108
			168
42	80	108	

51. Etsi suurin mahdollinen sellainen luku, jonka kolmannelta numerosta alkaen jokainen numero on kahden sitä edeltävän numeron summa.

52. Sijoita oheiseen kuvioon luvut 3, 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 sillä tavoin, että niiden summa on sama kuvion joka kehällä ja joka säteellä.



53. Neljä lasta arvasi Antin pituudeksi 196 cm, 163 cm, 178 cm ja 185 cm. Parhaan arvauksen virhe oli 1 cm, toisen 6 cm, kolmannen 17 cm ja neljännen 16 cm. Kuinka pitkä Antti oli?

54. Valitaan kolme numeroa, joiden keskinäistä järjestystä vaihtelemalla saadaan kolme lukua. Näistä kolmesta luvusta kahden summa muodostaa kolmannen luvun.

55. Kirjoita 3×3 -ruudukon ruutuihin yhdeksän eri lukua niin, että jokaisen rivin ja sarakkeen lukujen tulo on sama.

56. Kirjoita sopivat laskutoimitus- ja sulkumerkit niin, että yhtälö on tosi.

$$3 \ 3 \ 3 \ 3 = 3$$

57. Mikä on suurin sellainen luku, jossa ei ole kahta samaa numeroa ja jonka numeroiden tulo on 432?

58. Jos lasket yhteen kaikki 3- ja 4-numeroiset parittomat luvut, onko lopputulos pariton vai parillinen?

59. Mikä on suurin sellainen 6-numeroinen luku, jonka jokainen numero on ainakin yhtä suuri kuin sen perässä olevien numeroiden tulo?

60. Toissa päivänä Ruusa oli 10 vuotta vanha ja ensi vuonna hän täyttää 13 vuotta. Milloin Ruusalla on syntymäpäivä?

61. Sinulla on kolme värikynää: punainen, vihreä ja sininen. Haluat värittää neliön sivut kaikkia kolmea väriä käyttäen. Kuinka monella eri tavalla voit sivut värittää, jos väritykset lasketaan erilaisiksi silloin, kun niitä ei voi tasossa liikuttamalla muuttaa toisikseen? (Yhden sivun värittämiseen voit käyttää tietenkin vain yhtä väriä.)

62. Kertolaskun numeroista tunnetaan vain muutama. Mitä tuntemattomat numerot ovat? (a :lla merkityt numerot eivät ole välttämättä samoja.)

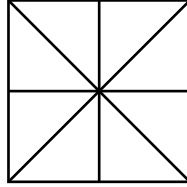
$$\begin{array}{r} aa \\ \cdot \quad aa \\ \hline aa \\ + aaa \\ \hline 9aaa \end{array}$$

63. Kellarissa oli paljon mehua, yhteensä 6 eri astiassa. Astiat olivat 31, 20, 19, 18, 16 ja 15 litran kokoiset. Kaksi ihmistä osti mehua niin, että toinen osti kaksi kertaa niin paljon kuin toinen ja yksi mehuastioista jäi myymättä. Astioita ei avattu myynnin yhteydessä. Mikä astioista jäi myymättä?

64. Kolmella lautasella on pähkinöitä: yhdellä 22, toisella 14 ja kolmannella 12 kappaletta. Onko mahdollista saada kaikille lautasille yhtä monta pähkinää kolmella siirrolla, kun lautaselle voi siirtää kerralla vain sen määrän pähkinöitä kuin sillä on ennestään?

65. Sinulla on neljä punaista ja neljä sinistä helmeä. Kuinka monta erilaista kaulaketjua voit tehdä niistä, jos et jätä yhtäkään helmeä käyttämättä?

66. Sinulla on kuvio, joka muodostuu neliöstä ja sen lävistäjistä sekä neliön vastakkaisten sivujen keskipisteitä yhdistävistä janoista. Kuinka monta kolmiota on kuviossa? Kolmioiden jokainen sivu on piirrettynä kuvioon.



67. 3 kultarahaa vastaa arvoltaan 6 hopearahaa, ja 3 hopearahaa vastaa 15 kuparirahaa. Kuinka monen kuparirahan arvoinen on tällöin 1 kultaraha?

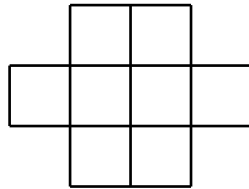
68. Tiili painaa 2 kg ja puolen tiilen painon. Kuinka monta kiloa painaa kaksi tiiltä?

69. Parkkipaikalla on autoja sekä tavallisia (2-pyöräisiä) ja sivuvaunullisia (3-pyöräisiä) moottoripyöriä. Parkkipaikalla olevilla 15 kulkuneuvolla on yhteensä 56 rengasta. Kuinka monta autoa on parkkipaikalla?

70. Montako kirjaimen siirtoa tarvitaan, että sanasta TORIA päästään saamaan AIROT, kun kerralla saa vaihtaa vain kahden vierekkäisen kirjaimen paikkaa?

71. Kuinka monta sellaista positiivista 3-numeroista kokonaislukua on olemassa, että luvun itsensä numeroiden summa on pariton ja että seuraavankin luvun numeroiden summa on niin ikään pariton?

72. Kirjoita ruutuihin luvut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 niin, että kahdessa vierekkäisessä ruudussa ei voi olla peräkkäisiä lukuja. Ruudut ovat vierekkäiset, jos niillä on vähintään yksi yhteinen kulma.



73. Käytä numeroita 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (kaikkia täsmälleen yhden kerran) muodostaaksesi kaksi sellaista lukua, joiden tulo on suurempi kuin 843 000 000. (Esim. $9\,765 \cdot 84\,321 = 823\,394\,565$ ei käy.)

74. Montako sellaista 4-numeroista lukua on olemassa, että sen numeroiden summa on 4?

75. Mikä on pienin sellainen luonnollinen luku, joka on sama sekä etu- että takaperin luettuna ja jossa esiintyy korkeintaan kaksi kertaa sama numero ja jonka numeroiden summa on 40?