Tehtävät 2

1. Mikä on pienin positiivinen kokonaisluku, jonka viimeinen numero on 6 ja siirrettäessä numero 6 viimeiseltä paikalta luvun ensimmäiseksi numeroksi (muuten luku jää ennalleen) saadaan luku nelinkertaisena?

2. Onko olemassa sellaista luonnollista lukua, jonka arvo viisinkertaistuu, jos sen ensimmäinen numero siirretään luvun loppuun?

3. Mikä on pienin 10-järjestelmän positiivinen kokonaisluku, joka päättyy numeroon 2, ja jos tämä numero 2 siirretään luvun alkuun, saadaan luku kaksinkertaisena?

4. Valitse jokin kolminumeroinen luku (esim. 235) ja tee siitä kuusinumeroinen luku kirjoittamalla valitsemasi luku kaksi kertaa peräkkäin (esim. 235 235). Tämä saatu luku on aina 13:lla jaollinen. Miksi?

5. Valitaan jokin kaksinumeroinen luku, jonka perään kirjoitetaan numero nolla ja sen perään vielä toinen kaksinumeroinen luku. Todista, että saatu viisinumeroinen luku on aina jaollinen luvuilla 11 ja 13.

6. Kahden kolminumeroisen luvun summa on 37:llä jaollinen. Jos nämä kolminumeroiset luvut kirjoitetaan peräkkäin, saadaan kuusinumeroinen luku. Todista, että myös tämä kuusinumeroinen luku on jaollinen 37:llä.

7. Todista, että jos kuusinumeroinen luku *abcacb* on 37:llä jaollinen, on myös kuusinumeroinen luku *bcabca* 37:llä jaollinen.

8. Mikä on pienin 10-järjestelmän positiivinen kokonaisluku, joka päättyy numeroon 3, ja jos tämä numero 3 siirretään luvun alkuun, saadaan luku kolminkertaisena?

9. Viisinumeroisen luvun eteen lisätään numero 1. Kun tämä saatu kuusinumeroinen luku kerrotaan kolmella, saadaan kuusinumeroinen luku, joka saataisiin myös silloin, jos alkuperäiseen viisinumeroiseen lukuun lisättäisiin loppuun numero 1. Mikä on tämä viisinumeroinen luku?

10. Mikä on pienin positiivinen kokonaisluku, jolla kerrottaessa luku 1993, saadaan sellainen tulo, jonka viimeiset neljä numeroa ovat 1994?

11. Todista, että jos jokin kaksinumeroinen luku kirjoitetaan kolme kertaa peräkkäin, on saatu kuusinumeroinen luku aina jaollinen 13:lla.

12. Pekka väittää tietävänsä erään kuusinumeroisten lukujen 37:llä jaollisuussäännön. Esimerkiksi: 413364 on jaollinen 37:llä, koska $413 + 364 = 777$ on jaollinen 37:llä. Toisaalta 113231 ei ole jaollinen 37:llä, koska $113 + 231 = 344$ ei ole jaollinen 37:llä. Laadi sääntö ja osoita, että se on oikein.

13. Todista, että jos abc on 37:llä jaollinen, on myös bca 37:llä jaollinen.

14. Todista, että jos jonkin seitsemällä jaollisen kuusinumeroisen luvun viimeinen numero kirjoitetaan luvun alkuun, saadaan sellainen kuusinumeroinen luku, joka on myöskin seitsemällä jaollinen.

15. Pekka kirjoitti taululle seuraavan yhtälön: $101 - 102 = 1$. Tämä yhtälö toteutuu silloin, jos yhden numeron paikkaa muutetaan. Mihin numeron voi siirtää?

16. Pekka kirjoitti taululle seuraavan yhtälön: $1995 + 146 = 210 + 1117$. Tämä yhtälö toteutuu silloin, jos yhtälön numeroista kaksi siirretään toiseen paikkaan. Mihin nämä numerot voidaan siirtää? (Numerot voidaan sijoittaa myös toisten numeroiden väliin.)