Ratkaisut 1

1. Summa on nolla, sillä luvut muodostavat vastalukuparit:

$$(-10) + 10 = 0,\ (-9) + 9 = 0, \ldots$$

2. Nolla, koska kerrotaan nollalla.

3. $16 \cdot 125 \cdot 250 = (2 \cdot 8) \cdot 125 \cdot 250 = (8 \cdot 125) \cdot (2 \cdot 250) = 1000 \cdot 500 = 500\,000.$

4. Yksi mahdollinen ratkaisu:

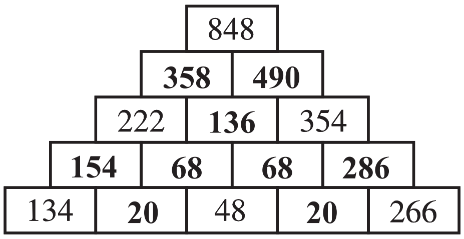
$$(2 + 2) \cdot (2 - 2) : 2 + 2 \cdot (2 - 2) : 2 + 2 \cdot (2 - 2) = 0.$$

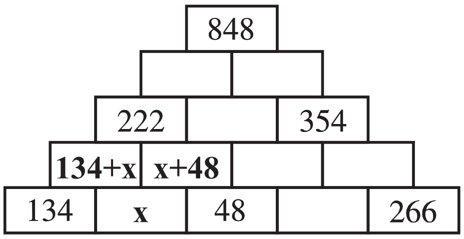
5. $(3 + 3) \cdot (3 + 3) \cdot (3 + 3) \cdot (3 + 3) = 1296.$

6. Summa AB0+AB päättyy numeroihin 27, joten B = 7. Edelleen summasta A70 + A7 ratkeaa A = 5. Kysytyt kaksi lukua ovat 570 ja 57.

7. Ratkaisun etsimistä helpottaa tieto siitä, että kerrottavassa on kaksi nollaa vierekkäin. Välittömästi nollien vasemmalla puolella ei voi missään tapauksessa esiintyä muistinumeroa. Kun toinen tekijä kerrotaan luvulla 7, tulos päättyy numeroon 5; siksi haettu kertoja voi olla vain 5.

8. Ratkaisu näkyy alla vasemmalla olevassa kuvassa.





Tehtävää ratkaistaessa tarkastellaan ensin taulukon vasenta alakulmaa (kuva yllä oikealla). Alimmalta riviltä puuttuvaa lukua merkitään x:llä. Silloin sen yläpuolella oleviin tyhjiin ruutuihin tulevat luvut $134 + x$ ja $x + 48$. Saadaan yhtälö $(134 + x) + (x + 48) = 222$; siis $182 + 2x = 222$, $2x = 40$, $x = 20$. Samalla tavalla voidaan laskea alkuperäisen taulukon alimman rivin toinen puuttuva luku, joka on myös 20. Tämän jälkeen onkin taulukon muiden tyhjien ruutujen täyttäminen helppoa.

9. Esimerkkinä toimivan taulukon luvut voidaan laskea kätevästi yhteen, kun käännetään taulukossa sekä rivien että sarakkeiden järjestys päinvastaiseksi (toisin sanoen uuden taulukon ensimmäiselle riville tulevat alkuperäisen taulukon viimeisen rivin alkiot takaperoisessa järjestyksessä, toiselle riville toiseksi viimeisen rivin alkiot takaperin jne.) ja verrataan sitten näin saatua taulukkoa alkuperäiseen. Huomataan, että toistensa kanssa kohdakkain osuvien lukujen summa on kaikkialla 8. Yhteensä kahdessa taulukossa esiintyvien lukujen summa on $16 \cdot 8$, jolloin yhden taulukon lukujen summa on $\frac{8 \cdot 16}{2}$. Vastaavasti 100×100 -ruutuisen taulukon lukujen summa on $\frac{200 \cdot 10\,000}{2} = 1\,000\,000$.

10. Koska tulo päättyy nollaan, niin $b = 5$. Kirjoitetaan kertolasku totuttuun tapaan ja merkitään luvulla 5 tapahtuva osa kertolaskusta:

$$\begin{array}{r} 1\,185\,184 \\ \cdot \qquad\quad a5 \\ \hline 5\,925\,920 \\ + \qquad\quad\ x \\ \hline cc\,ccc\,c00 \end{array}$$

Tästä nähdään, että $x = 8$, jolloin $a = 2$ tai $a = 7$. Tapauksessa $a = 2$ kertolaskun ensimmäisen vaiheen jälkeen voidaan havaita, ettei haluttuun lopputulokseen päästä. Oikea ratkaisu on $a = 7$, $ab = 75$ ja $1\,185\,184 \cdot 75 = 88\,888\,800$.

11. $1+3+5+\cdots+95+97+99 = (1+99)+(3+97)+(5+95)+\cdots+(49+51) = 100 + 100 + 100 + \cdots + 100 = 25 \cdot 100 = 2500$.

12.

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 + 101 = (1 + 101) + (2 + 100) + (3 + 99) + \\ &\cdots + (50 + 52) + 51 = (2 \cdot 51) + (2 \cdot 51) + (2 \cdot 51) + \cdots + (2 \cdot 51) + 51 \\ &= 101 \cdot 51 \end{aligned}$$

ja

$$\begin{aligned} &1 - 2 + 3 - 4 + \cdots + 99 - 100 + 101 = (1 - 2) + (3 - 4) + \dots \\ &+ (99 - 100) + 101 = (-1) + (-1) + \cdots + (-1) + 101 = -50 + 101 = 51. \end{aligned}$$

Näin ollen

$$\frac{1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 + 101}{1 - 2 + 3 - \cdots + 99 - 100 + 101} = \frac{101 \cdot 51}{51} = 101.$$

13.

$$\begin{aligned} &63\,475 \cdot 999\,999\,999 = 63\,475 \cdot (1\,000\,000\,000 - 1) \\ &= 63\,475\,000\,000\,000 - 63\,475 = 63\,474\,999\,936\,525. \end{aligned}$$

14. Pekan ja isän ikäero on 23 vuotta. Kun isä on kaksi kertaa Pekan ikäinen, ikäero on sama kuin Pekan ikä. Pekka on siis 23-vuotias.

15. $\frac{21}{22}$ on suurempi:

$$\frac{20}{21} = 1 - \frac{1}{21} < 1 - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}.$$

16. $\frac{23}{37}$ on suurempi. Lavennetaan murtoluku $\frac{23}{37}$ viidellä:

$$\frac{23}{37} = \frac{5 \cdot 23}{5 \cdot 37} = \frac{115}{185} > \frac{115}{187}.$$

17. Toisella rivillä jokainen luku on 5 suurempi kuin sen yläpuolella oleva luku. Toisen rivin numeroiden summa on siis $5 \cdot 5 = 25$ suurempi kuin ensimmäisen rivin numeroiden summa. Muidenkin rivien summat ovat laskettavissa samalla tavalla: seuraavan rivin summa on aina 25 suurempi kuin edellisen.

Toisen sarakkeen jokainen numero on 1 suurempi kuin edellinen, joten toisen sarakkeen numeroiden summa on $5 \cdot 1 = 5$ suurempi kuin ensimmäisen sarakkeen. Muidenkin sarakkeiden summat ovat laskettavissa samalla tavalla: seuraavan sarakkeen lukujen summa on aina 5 suurempi kuin edellisen.

Näiden havaintojen jälkeen taulukko on helppo täyttää.

1	2	3	4	5	15
6	7	8	9	10	**40**
11	12	13	14	15	**65**
16	17	18	19	20	**90**
21	22	23	24	25	**115**
55	**60**	**65**	**70**	**75**	

18. Koska $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13 = 91$, oikea vastaus saadaan, kun 13 vaihdetaan 14:ksi. Kysytyt luvut ovat siis 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 ja 14:

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+14 = 92.$$

19. Tytöistä $\frac{6}{10}$ ratkaisi vähintään 2 tehtävää oikein. Tyttöjä voi olla vain 5 kilpailussa mukana, sillä $\frac{6}{10}$ muista mahdollisista lukumääristä $(1-8)$ ei ole kokonaisluku. Finaalissa oli siis mukana 5 tyttöä ja 4 poikaa.

20. Oletetaan, että kauppiaalla oli 1 000 taaleria. Ensimmäisen oston jälkeen hänellä oli hevonen ja 400 taaleria, myytyään hevosen hänellä oli 1 100 taaleria taskussaan. Sitten kauppias osti hevosen uudelleen ja taskuun jäi 300 taaleria. Kun kauppias oli myynyt hevosen 900 taalerilla, hänellä oli 1 200 taaleria. Kauppias siis sai 200 taaleria voittoa.

21. Tulo on nolla, koska kerrotaan nollalla: $(0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 0)$.

22. $0,64^2 + 0,36^2 + 2 \cdot 0,36 \cdot 0,64 = (0,64 + 0,36)^2 = 1^2 = 1$.

23. Käytetään apuna tuntematonta x:

$$x = \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6},$$

jolloin

$$a = 3x,\ b = 4x,\ c = 6x.$$

Sijoitetaan nämä yhtälöön $abc = 576$:

$$(3x) \cdot (4x) \cdot (6x) = 576,\ \text{joten } x^3 = 8,\ \text{josta saadaan } x = 2.$$

Täten

$$a = 3x = 6,\ b = 4x = 8,\ c = 6x = 12.$$

24. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, minkä perusteella

$$\begin{aligned} &39\,827\,395^2 - 39\,827\,394^2 \\ &= (39\,827\,395 - 39\,827\,394) \cdot (39\,827\,395 + 39\,827\,394) \\ &= 39\,827\,395 + 39\,827\,394 = 79\,654\,789. \end{aligned}$$

25. Jos lähdetään ajatuksesta, että

$$9 = 10 - 1, 99 = 100 - 1, \ldots, \underbrace{999\ldots99}_{1995 \text{ numeroa}} = 10^{1995} - 1,$$

niin luku N voidaan kirjoittaa muotoon

$$N = 10 + 100 + 1000 + \cdots + 10^{1995} - 1995 = \underbrace{111\ldots\ldots11}_{1995 \text{ numeroa}}0 - 1995.$$

Vähennyslaskun jälkeen

$$N = \underbrace{111\ldots\ldots11}_{1991 \text{ numeroa}}09115,$$

Kymmenjärjestelmää käytettäessä numero 1 siis esiintyy 1993 kertaa.

26. $a = b^2(b^2+c^2)$, joten $a \geq 0$. Jos olisi $a = 0$, niin b tai sekä b että c olisivat myös nollia. Siis $a > 0$. Niinpä $b \neq 0$, joten $b < 0$ ja $c = 0$.

27. $101-10^2 = 1$. Toinen ratkaisu: $101-10 = 21$. Yhtälö on paikkansapitävä, mikäli käytetään 3-järjestelmää.

28. Mikäli $a + b = 1$, niin $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 1 \cdot (a - b) = a - b$. Jos siis a:n ja b:n summa on 1, niiden erotus ja niiden neliöiden erotus ovat yhtä suuret.

29. Merkitään mainittuja lukuja a:lla ja b:llä. $a + b = 1000$. Näiden kahden luvun neliöt päättyvät kolmeen samaan numeroon, mikäli niiden erotus on jaollinen tuhannella. Tämä todellakin toteutuu, koska

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = (a - b) \cdot 1000.$$

30. $a + b + 1 = (a - b) + 2b + 1 = b^2 + 2b + 1 = (b + 1)^2$.

31. $44^2 = 1936$, $45^2 = 2025$. Niinpä 2000:ta pienempiä neliölukuja ovat $1^2, 2^2, \ldots, 44^2$. (Jos hyväksymme myös nollan neliöluvuksi, 2000:a pienempiä neliölukuja on 45.)

32. $46^3 = 97336$, $47^3 = 103823$, $100^3 = 1\,000\,000$. Siispä 6-numeroisia kuutiolukuja ovat $47^3, 48^3, \ldots, 99^3$. Yhteensä lukuja on 53.

33. Oikea vastaus on (D) 6, sillä $1 : (2 : 3 : 4) = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$. Täten vastaus (E) on virheellinen, eikä myöskään (C) ole oikein, koska 5 on jaoton luku eikä se siten voi olla murtolausekkeessa yhtenä tekijänä. Ratkaisu (A) ei sekään ole oikein, sillä siinä tapauksessa luvut 2 ja 4 kumoaisivat murtolausekkeessa toisensa, mikä ei käy päinsä. Samaten myös (B) on vastauksena mahdoton, sillä silloin taas 2 ja 3 kumoaisivat toisensa.

34. Murtolausekkeen vastaus ei voi olla (E) 24, koska silloin murtolausekkeen tekijät muodostaisivat tulon $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$. Niinpä kaikkien tekijöiden pitäisi olla osoittajassa, mutta luku 2 on aina nimittäjässä. Muut vastausmahdollisuudet toteutuvat.
(A) $1 : 2 : (3 : 4) = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{4}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$.
(B) $1 : (2 : (3 : 4)) = 1 : (2 : \frac{3}{4}) = 1 : \frac{8}{3} = \frac{3}{8}$.
(C) $1 : (2 : 3 : 4) = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$.
(D) $1 : 2 : 3 : 4 = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{1}{24}$.

35. Oikea vastaus on (D) 5, sillä $(2 : 3) : (4 : 5 : 6) = \frac{2}{3} : \frac{4}{5 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 6}{3 \cdot 4} = 5$. Siksi vastaus (E) on väärin. Vastaukset (A), (B) ja (C) ovat myöskin väärin, sillä tekijä 5 on murtolausekkeessa aina joko osoittajassa tai nimittäjässä eikä lukua 5 sisältäviä tekijöitä ole murtolausekkeessa kuin yksi.

36. Murtolausekkeen tulos ei voi olla (D) $\frac{1}{80}$, sillä $80 = 2^4 \cdot 5$. Sen vuoksi jokaisen tekijöistä 2, 4 ja 6 täytyy olla nimittäjässä, jotta 2^4:ssä olisi 4 kappaletta lukua 2. Kuitenkin ensimmäinen tekijä 2 on aina osoittajassa. Muut vastausmahdollisuudet toteutuvat.
(A) $(2:3):(4:5:6) = \frac{2}{3} : \frac{4}{5\cdot 6} = \frac{2\cdot 5\cdot 6}{3\cdot 4} = 5$.
(B) $2:3:4:5:6 = 1 : \frac{2}{3\cdot 4} : \frac{5}{6} = \frac{2\cdot 6}{3\cdot 4\cdot 5} = \frac{1}{5}$.
(C) $2:(3:4:5:6) = 2 : \frac{3}{4\cdot 5\cdot 6} = \frac{2\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{3} = 80$.
(E) $2:(3:4:5):6 = 2 : \frac{3}{4\cdot 5} : 6 = \frac{2\cdot 4\cdot 5}{3\cdot 6} = \frac{20}{9}$.

37. Oikea vastaus on (B) 7. Koska $1:2:3:4:5:(6:7:8:9:10) = \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} : \frac{6}{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10} = \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} \cdot \frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{6} = \frac{1}{120} \cdot \frac{7\cdot 720}{6} = 7$, niin vastaus (E) on väärin. Vastaukset (A), (C) ja (D) eivät myöskään ole oikein, sillä tekijä 7 on murtolausekkeessa aina joko osoittajassa tai nimittäjässä eikä lukua 7 sisältäviä tekijöitä ole murtolausekkeessa kuin yksi.

38. Lukua (E) $\frac{256}{63}$ ei voi saada vastaukseksi, sillä $256 = 2^8$. Siten jokaisen tekijöistä 2, 4, 6, 8 ja 10 täytyy olla osoittajassa, jotta 2^8 olisi 8 kappaletta lukua 2. Kuitenkin luku 2 on aina nimittäjässä. Muut vastausmahdollisuudet toteutuvat.
(A) $1:2:3:4:5:(6:7:8:9:10) = \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} : \frac{6}{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10} = \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} \cdot \frac{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{6} = \frac{1}{120} \cdot \frac{7\cdot 720}{6} = 7$.
(B) $1:2:3:4:5:6:(7:8:9:10) = 1 : \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6} : \frac{7}{8\cdot 9\cdot 10} = \frac{1}{720} \cdot \frac{720}{7} = \frac{1}{7}$.
(C) $1:2:(3:4:5):(6:7:8:9):10 = \frac{1}{2} : \frac{3}{4\cdot 5} : \frac{6}{7\cdot 8\cdot 9} : 10 = \frac{4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8}{2\cdot 3\cdot 6\cdot 10} = 28$.
(D) $1:(2:3:4:5:6:(7:8:9:10)) = 1 : (2:3:4:5\frac{6}{7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}) = \frac{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{2\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10} = \frac{1}{28}$.

39. Sadan ensimmäisen alkuluvun joukossa on yksi parillinen luku, loput 99 ovat parittomia. 99 parittoman ja 1 parillisen luvun summa on pariton.

40. Sadan ensimmäisen neliöluvun joukossa on 50 parillista ja 50 paritonta lukua. 50 parillisen ja 50 parittoman luvun summa on parillinen. Summa $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 99^2 + 100^2$ on parillinen.

41. Yhtälö ei toteudu koskaan, sillä sen vasemman puolen arvo on aina parillinen, koska kuuden parittoman luvun summa on aina parillinen.

42. Yhtälö toteutuu esim. seuraavalla tavalla:

$$\begin{aligned} &1 + (2-3-4+5) + (6-7-8+9) + (10-11-12+13) + \\ &\quad + (14-15-16+17) + (18-19-20+21) = 1. \end{aligned}$$

43. Summan $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm \cdots \pm 1997$ pienin positiivinen arvo on 1. Se saadaan esim. seuraavalla tavalla:

$$1 + (2 - 3 - 4 + 5) + \cdots + (1994 - 1995 - 1996 + 1997) = 1.$$

Suluissa olevien neljän luvun summa on aina 0.

44. Ensimmäisestä 20 luvusta saadaan halutulla tavalla summa 100 esim. seuraavasti:

$$\begin{aligned}
&- 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 \\
&\ + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 \\
&= (11 - 1) + (12 - 2) + (13 - 3) + (14 - 4) + (15 - 5) \\
&\ + (16 - 6) + (17 - 7) + (18 - 8) + (19 - 9) + (20 - 10) \\
&= 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 \\
&= 100.
\end{aligned}$$

Ensimmäisestä 18 luvusta ei saa summa 100 millään tavalla, sillä näiden 18 luvun joukossa on 9 parillista ja 9 paritonta lukua ja siksi etumerkeistä riippumatta niiden summa on aina pariton.

45. Ei voida, sillä lukua 100 ei voi esittää viiden parittoman luvun summana. (5 parittoman luvun summa on aina pariton.)

46. Jos neljän kokonaisluvun tulo päättyy numeroon 1, tulo on pariton ja kaikki 4 lukua ovat parittomia. Kuitenkin 4 parittoman luvun summa on aina parillinen. Tämän takia ei ole olemassa neljää sellaista kokonaislukua, että niiden summa olisi 1997 ja tulo päättyisi numeroon 1.

47. Ei voi. Jos voisi, lukujen $1, 2, 3, \dots, 1997, 1998$ summa olisi parillinen. Summa on kuitenkin pariton, sillä se muodostuu 999 parillisesta ja 999 parittomasta yhteenlaskettavasta.

48. Ei voi. Jos voisi, lukujen $1, 2, 3, \dots, 1996, 1997$ summa olisi parillinen. Summa on kuitenkin pariton, sillä se on 999 parittoman ja 998 parillisen luvun summa.

49. Luku $1! + 2! + 3! + \ldots + 100!$ on pariton, sillä sen ensimmäinen yhteenlaskettava on pariton ja loput parillisia. Kahdesta peräkkäisestä luvusta toinen on pariton ja toinen parillinen, joten niiden tulo on parillinen.

Tämän takia luku $1! + 2! + 3! + \ldots + 100!$ ei voi olla kahden peräkkäisen kokonaisluvun tulo.

50. Kun kakku leikataan yhden reunan suuntaisesti a kertaa, kakku jakautuu $a + 1$ palaan. Kun kakku leikataan vielä b kertaa kohtisuoraan edellisiin viiltoihin nähden, kakku on leikattu $(a+1)(b+1)$ palaseen. $(a+1)(b+1) = 1995$, joten $a+1$ on pariton, kuten myös $b+1$, mutta näin ollen sekä a että b ovat parillisia, kuten myös $a+b$, jolloin $a+b$ on eri suuri kuin 111.

Tämän takia kakkua ei voi leikata 111 viillolla 1995 palaseen.

51. Lukujen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10 joukossa on 5 parillista ja 5 paritonta lukua, joten niiden summa on pariton. Jos haluttu jako voidaan suorittaa, joukkojen lukujen yhteenlaskun jälkeen saadaan kaikkien lukujen summa laskemalla joukkojen summat yhteen. Tällöin saadaan parillinen luku, koska kaikkien lukujen summa on sama kuin yhden joukon lukujen summa kerrottuna kahdella. Kaikkien lukujen summa on kuitenkin pariton, joten lukuja 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ja 10 ei voida jakaa kahteen joukkoon niin, että joukoissa lukujen summat olisivat yhtäsuuret.

52. Kahteen joukkoon jaon jälkeen siinä joukossa, jossa luku 7 on, lukujen tulo on jaollinen 7:llä, kun taas toisen joukon lukujen tulo ei ole (koska 7 on alkuluku ja muut tekijät eivät ole jaollisia 7:llä). Näin ollen nämä kaksi tuloa eivät voi olla yhtäsuuret.

53. Viiden peräkkäisen luvun joukossa on tasan yksi viidellä jaollinen luku. Kahteen joukkoon jakamisen jälkeen sen joukon, jossa luku 5 on, tulo on jaollinen viidellä, kun taas toisen ei (koska 5 on alkuluku). Näin ollen näiden kahden joukon tulot eivät voi olla yhtäsuuret.

54. Kuudesta peräkkäisestä luvusta kolme on parittomia, joista kaksi päätyy joko kolmen ensimmäisen tai kolmen viimeisen luvun joukkoon, jolloin kyseisen joukon lukujen summa on parillinen. Tästä syystä tulo on parillinen eikä voi olla 111 111 111.

55. Mikäli summalle annetaan yhteinen nimittäjä, osoittajan kaikki yhteenlaskettavat ovat parittomia ja osoittaja on siis parillinen (100 parittoman luvun summa). Nimittäjä puolestaan on pariton. Näin ollen osoittaja (parillinen luku) ei voi olla yhtä suuri nimittäjän (pariton luku) kanssa. Täten tämä murtoluku (100 parittoman luvun käänteislukujen summa) ei voi olla yksi.

56. Jos summalle annetaan yhteinen nimittäjä, osoittajan ensimmäinen jäsen on pariton, muut parillisia, joten osoittaja on pariton (1 parillisen ja 99 parittoman luvun summa). Nimittäjä puolestaan on parillinen. Näin ollen tämä murtoluku (100 ensimmäisen alkuluvun käänteislukujen summa) ei ole kokonaisluku.

57. $abcd - a = 1997$ ja $a(bcd-1) = 1997$, joten a on jaollinen 1997:lla, jolloin a on pariton luku. Samalla tavoin saadaan selville että b, c ja d ovat parittomia lukuja. Tällöin yhtälö $abcd - a = 19997$ ei voi pitää paikaansa, koska $abcd$ on pariton, jolloin erotus $abcd - a$ on parillinen, jolloin se ei voi olla 1997. Yhtälöryhmälle ei löydy ratkaisua kokonaislukujen joukosta.

58. Alkuluvut.

59. Tasan kolmella luvulla jaolliset luvut ovat muotoa p^2, missä p on alkuluku. Lukua 100 pienemmistä luvuista löytyy neljä sellaista lukua: 4, 9, 25 ja 49.

60. $95 = 5 \cdot 19$, joten $19x + 95y$ on aina jaollinen 19:llä. 2000 ei ole jaollinen 19:llä. Siispä yhtälön $19x + 95y = 2000$ puolet eivät ole yhtäsuuret. Yhtälölle ei löydy ratkaisua kokonaisluvuista.