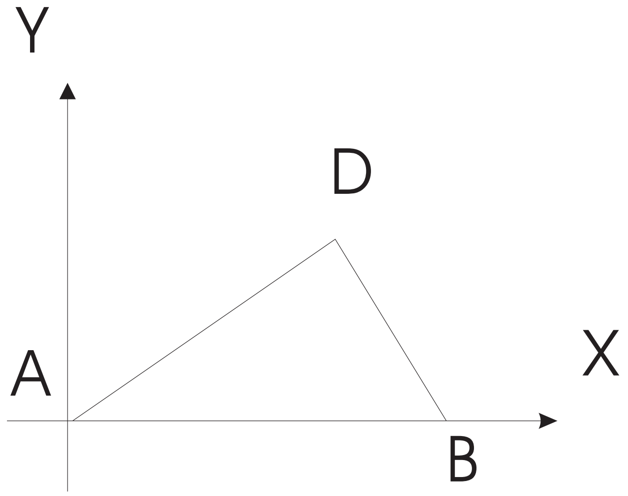
HTKK, TTKK, LTKK, OY, ÅA/Insinööriosastot
Valintakuulustelujen matematiikan koe 1.6.1993

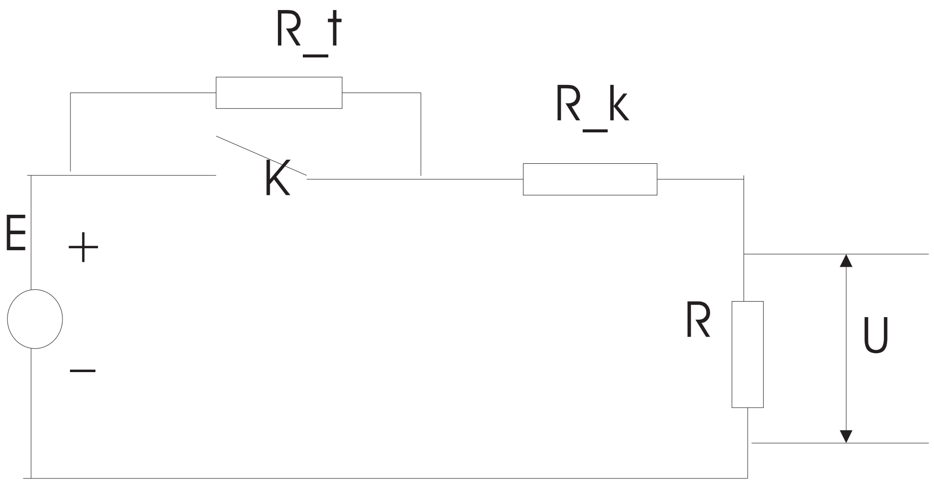
1. Kappaleen painopisteeseen vaikuttaa kaksi voimaa, $\bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} + 12\bar{k}$ ja $\bar{b} = \bar{i} - \bar{j} + 2\bar{k}$ (yksikkö N). Jaa voima $\bar{a}$ kahdeksi komponentiksi, joista toinen on voiman $\bar{b}$ suuntainen ja toinen tätä vastaan kohtisuora.

2. Korkeasta puustosta johtuen tykin kranaatin maahanosumispaikkaa ei voitu havaita, vaikka maasto on tasaista. Maahanosumispaikasta, pisteestä D, kohtisuoraan ylöspäin kohosi räjähdyspatsas. Sen huippupiste E havaittiin kahdesta, pisteen D kanssa samalla korkeudella olevasta pisteestä A ja B (kts. kuva 1). Määritä maahanosumispaikan koordinaatit xy-tasossa sekä räjähdyspatsaan korkeus, kun pisteiden A ja B välinen etäisyys on 3000 m ja kun havaintokulmat ovat $\sphericalangle DAE = 3,5°$, $\sphericalangle DAB = 32,8°$ ja $\sphericalangle DBA = 64,1°$. Anna vastaukset 10 metrin tarkkuudella.

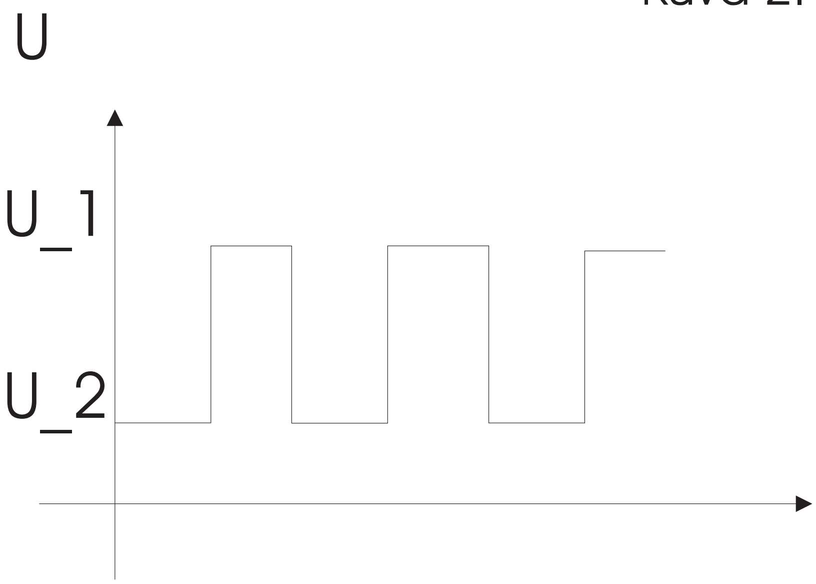


Kuva 1.

3. Sähköinen hakkuri muuttaa tasajännitteen E jännitepulsseiksi (kts. kuva 2). Kun kytkin K on kiinni, vastuksen R päiden välinen jännite on $u_1 = ER/(R+R_k)$, ja kun kytkin K on auki, vastuksen R päiden välinen jännite on $u_2 = ER/(R + R_k + R_t)$. Millä vastuksen R arvolla erotus $u = u_1 - u_2$ saa suurimman arvonsa, kun $R_k = 81\Omega$ ja $R_t = 1944\Omega$? Ilmoita myös, mikä on erotuksen u suurin arvo.



Kuva 2.



4. Ruoka-avustuksia varten hankittiin tonnikalasäilykkeitä hyvin suurissa erissä (yli 1,5 miljoonaa rasiaa/erä). Vastaanottotarkastuksessa jokaisesta erästä otettiin umpimähkaisesti 100 rasiaa, joiden kolhiintuneisuus sekä sisällön haitallisten mikrobien laatu ja määrä tutkittiin. Erä hyväksyttiin, jos otoksen rasioista enintään yksi oli kelvoton joko kolhiintumisen tai huonon sisällön johdosta; muutoin erä hylättiin. Millä todennäköisyydellä erä hyväksyttiin, jos 2,5% erän rasiosta oli kelvottomia? Anna vastaus prosentteinayhden yksikön tarkkuudella.

5. Kemiallisen reaktorin jäähdytysveden välivarastona on säiliö, joka on syntynyt positiivisten koordinaattiakselien (yksikkönä metri), käyrien $x =$

$y^{1/2}+1$ ja $x = -\frac{1}{3}y + \frac{13}{3}$ sekä suoran $y = 8$ rajoittaman alueen pyörähtäessä y-akselin ympäri. Määritä välivaraston tilavuus. Anna vastaus kuutiometreinä yhden desimaalin tarkkuudella. Reaktoria käytettäessä edellytetään, että pystyyn asennetussa (pyörähdysakseli ylöspäin) välivarastossa vettä on vähintään 65 m^3. Määritä jollakin likimääräisellä menetelmällä, kuinka korkealla vedenpinnan on ainakin oltava. Anna korkeus metreinä yhden desimaalin tarkkuudella.

6. Elatusaineessa bakteerit lisääntyivät jakaantumalla kahtia aina yhden aikayksikön välein. Kokeen alussa elatusaineeseen istutettiin yksi bakteeri, ja ensimmäinen jakaantuminen tapahtui yhden aikayksikön kuluttua tästä. Välittömästi n:nnen jakaantumisen jälkeen elatusaineeseen istutettiin 1024 bakteereja syövää tappajasolua. Tappajasolut, jotka olivat syntyneet juuri ennen elatusaineeseen joutumista, lisääntyivät samalla tavoin ja samanaikaisesti kuin bakteerit. Elatusaineessa kukin tappajasolu söi aina yhden bakteerin juuri ennen jakautumistaan. Kuinka paljon bakteereja oli tappajasolujen istuttamisen hetkellä? oletamme vielä, että tappajasoluja ei vähentänyt mikään ja että bakteereja vähensivät vain tappajasolut. Kysymme, saivatko tappajasolut hävitetyksi bakteerikannan? Jos saivat, niin milloin, ja jos eivät saa, kuinka perustelet vastauksesi?