HTKK, TTKK, LTKK, OY, ÅA/Insinööriosastot
Valintakuulustelujen matematiikan koe 2.6.1992

1. Newtonin jäähtymislain mukaan jäähtyvän kappaleen lämpötila T ajan t funktiona on

$$T = T_0 + Ce^{-kt},$$

missä T_0 on ympäristön lämpötila sekä C ja k positiivisia vakioita. Alussa kappaleen lämpötila on 100 $°C$ ja 20 minuutin jäähtymisen jälkeen 60 $°C$.Minkä lisäajan kuluttua kappaleen lämpötila on 30 $°C$? Ympäristön lämpötila on 20 $°C$.

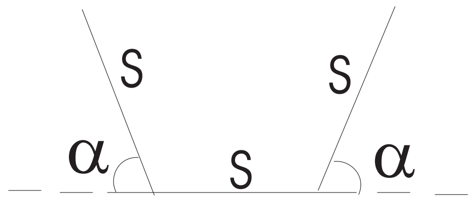
2. Vähittäiskaupassa myydään banaaneja 250 kg viikossa, kun myyntihinta on 10 mk/kg. Kauppias maksaa banaaneista 6 mk/kg. Mikä myyntihinta antaa suurimman nettomyyntitulon kun jokainen 0,20 mk:n hinnanalennus kilolta nostaa (ja vastaavasti jokainen 0,20 mk:n hinnankorotus kilolta laskee) viikomyyntiä 20 kg?

3. Määritä (suhteellisuusteorian mukaisen liike-energian) raja-arvo

$$\lim_{c\to\infty} mc^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right],$$

kun m ja v ovat vakioita.

4. Suorakaiteen muototoisesta pellistä taivutetaan ränni ,jonka poikkeusleikkaus on puolisuunikas. Puolisuunnikkaassa kolme sivua ovat yhtä pitkät (pituus on s) ja erisuuntaisten sivujen välinen kulma on α (kts. kuva). Miten kulma α on valittava,jotta poikkileikkauksen pinta-ala (ja näin myös rännin tilavuus) tulisi mahdollisimman suureksi?



5. Täsmälleen kolmen kärkipisteen kautta kulkeva taso jakaa kuution kahteen osaan. Määritä osien tilavuuksien suhde.

6. Perjantai-iltana saapuu pääkaupunkiseudulat H:n kaupunkiin läpikulkumatkalla olevia viikonloppunviettäjiä seuraavan jakauman mukaisesti

$$f(t) = \begin{cases} 8 + t/10, & \text{kun } 0 \leq t \leq 120 \\ 24 - t/30, & \text{kun } 120 < t \leq 480. \end{cases}$$

Tässä t tarkoittaaa aikaa minuutteina laskettuna klo 16.00:sta, ja f:n yksikkönä on autoa/minuutti. H:n kaupungissa on nopeusrajoituksia ja liikennevaloja, joiden johdosta kaupungin voi läpäistä enintään 630 autoa tunnissa. Oletetaan, että autoilija saapuu ruuhkaan

a) klo 18.00,

b) juuri kun ruuhka on pahimmillaan.

Määritä kummassakin tapauksessa, kuinka kauan autoilijalta kuluu ruuhkassa ennen kun hän pääsee ajamaan H:n läpi (Muu kuin yllämainittu viikonloppuliikenne jätetään huomioitta.)