

# Algebran kokeilu

*Marjatta Näätänen*

dosentti

matematiikan laitos

Helsingin yliopisto

## MALU 2002 -ohjelmasta

MALU 2002 -ohjelmassa rahoitettiin projekteja, jotka liittyvät matematiikan ja luonnontieteiden kehittämiseen. Haun takaraja oli 3.10.1997. Kolmella ulkomaisella asiantuntijalla täydennetty arviointipaneli piti kaksipäiväisen kokouksen Helsingissä vuoden 1997 loppupuolella ja päätyi yksimieliseen suositukseen. Ohjelmatyöryhmä muutti tämän jälkeen jonkin verran projekteille ehdotettuja määrärahoja. Lopulliset päätökset tekivät Suomen Akatemian toimikunnat, joissa vielä tapahtui jonkin verran muutoksia. Rahoituspäätös tuli myöhään keväällä 1998 ja rahoituskausi alkoi 1.6.1998.

Algebran kokeilu oli osa MALU 2002 -ohjelmassa rahoitettua projektiani. Muut osat projektia ilmestyivät Solmun erikoisnumeroina 3/1998–1999 ja 4/1998–1999. Lisätukea saatiin Jenny ja Antti Wihurin rahastolta.

## Kokeilun käytännön järjestelyjen ongelmia

Rahoituspäätös viivästyi niin paljon, että oli ongelmalista ja työlästä kerätä kokeiluun halukkaat opettajat. Rahoituskausi oli myönnetty vain 1,5 vuodeksi, joten

ainoa kokonainen kouluvuosi oli 1998–99. Aloitusta ei siis voitu myöhentää, vaikka rahoituksen myöhäinen aloittamisajankohta aiheutti vaikeuksia toiminnan käynnistämiseksi ja syksyn suunnittelulle. Tärkeä ja suuri materiaalien valmistus- ja käännoistyö olisi ollut huomattavasti helpompaa ja miellyttävämpää tehdä muulloin kuin kesälomien aikana. Ensimmäisenä vuonna ei projektin käynnistämiseksi pakollista toukokuun toimintaa voitu rahoittaa normaalilla tavalla projektin varoista. Rahoituskauden pidentäminen ja aientaminen ei olisi maksanut mitään, mutta olisi poistanut paljon ylimääräistä työtä ja hankaluutta. Näin olisi jäänyt myös enemmän aikaa suunnitella käytännön järjestelyt ja lopputulos olisi ollut erittäin todennäköisesti parempi.

## Kokeilun järjestelyt

Kokeiluun osallistui kaksi ryhmää, toinen pääkaupunkiseudulta, toinen Itä-Suomesta. Kaikki 24 opettajaa olivat vapaaehtoisia. Opetusryhmiä oli 47. Alunperin oli ajatuksena, että kullakin opettajalla olisi vähintään kaksi rinnakkaista opetusryhmää, toinen olisi kontrolliryhmä, toinen kokeiluryhmä. Ryhmät valittiin koe- tai kontrolliryhmiksi niin, että kokeiluryhmäksi

valittiin joka toinen kerta se, jolla oli korkeampi matematiikan keskiarvo. Sama opettaja opettaisi siis toista ryhmää tavalliseen tapaan, toista käyttäen osittain tavallista oppikirjaa, osittain kokeilumateriaalia. Jos opettajalla oli useampia rinnakkaisia ryhmiä, valittiin niistä vastaavasti järjestyksessä joka toinen kokeiluryhmäksi. Mukana oli opettajia, joilla oli vain yksi ryhmä, mutta myös sellainen, jolla oli viisi rinnakkaisista ryhmää.

## Kokeilumateriaali

Oppilasryhmät olivat pääosin 7. luokkia, mutta mukana oli myös joitakin 8. luokan ryhmiä. Kurssimuotoisuuden takia koulut voivat edetä eri järjestyksessä, joten yhteisen kokeilumateriaalin valitseminen oli ongelmallista. Valittu oppisisältö oli Ranskassa 13-vuotiaille ja Venäjällä 12-vuotiaille opetettua. Suomalaiset oppilaat olivat siis 13–14-vuotiaita, **ikätaoaituksesta huolimatta materiaali osoittautui suomalaisille varsin vaativaksi.**

Kokeilumateriaali käännettiin kesäloman aikana venäjän- ja ranskankielisistä kirjoista. Teksteihin viitattiin vain monisteen kannen värin avulla ”keltainen” ja ”vihreä” moniste, jottei aiheutettaisi vinoutumaa.

Ranskalainen materiaali oli lähtöisin kirjasta *Les Carnets de 4e Mathematiques, cours/exercices*, tekijä Michel Goutodier (college Juliette Adam, Gif-sur-Yvette), kustantaja Hatier, Paris, 1991.

Venäläinen kirja oli *Algebra. Učebnik dlja 6 klassa srednej školy*. Pod redakciej S. A. Teljakovskogo. Avtory: Ju. N. Makaryčev, N. G. Mindjuk, K. S. Muravin, K. I. Neškov, S. B. Suvorova. Moskva. Prosveščeniye 1985.

## Opettajien valmennus

Opettajille järjestettiin kaksi kokoontumista, joissa kerrottiin kokeilun yleisiä ideoita, prof. *George Malaty* antoi koulutusta ja opettajat kyselivät ja keskustelivat asioista. Kokeilun aikana opettajiin pidettiin yhteyttä sähköpostilla, jos he sitä käyttivät, muuten kirjeillä ja puhelimella. Noin neljäsosa ei käyttänyt sähköpostia. Opettajilta pyydettiin kommentteja ja kokemuksia kokeilun aikana.

## Käytetyt testit ja oppilaiden taustatiedot

Lukukauden alussa tehtiin oppilaille Kasselin alkutestistä (luvat) 28 tehtävää ja lukuvuoden lopussa sama

testi ja lisäksi Kasselin algebra-testi. Oppilaiden tiedoista kerättiin viimeinen matematiikan arvosana ja keskiarvo.

## Kokeilun tavoitteet

Tavoitteena oli selvittää suomalaisten oppimistuloksia, kun käytettiin ranskalaista ja venäläistä oppimateriaalia – joka oli siis tarkoitettu 1–2 vuotta nuoremmille. Venäjän ja Ranskan didaktiset koulukunnat korostavat omaa ajattelua, eikä pelkkää ”sääntöjen noudattamista”. Algebraa harjoitellaan ensin luvuilla, sitten vasta siirrytään symbolien käyttöön.

Vaihe, jossa siirrytään ns. ”kirjainlaskentaan” sekä opetetaan polynomien ja yhtälöiden alkeet, on tärkeä, koska siinä siirrytään abstraktisuudessa ylemmälle tasolle. Mikäli tämä epäonnistuu, se haittaa huomattavasti myöhempiä opintoja.

## Opettajille annettiin esim. tällaisia ohjeita opetustyylistä kokeiluluokilla:

- Valitkaa vaikka vain pari tehtävää kultakin sivulta. Antakaa tarvittaessa ainakin aluksi tehtäviä, jotka esittävät saman idean pienillä luvuilla.
- Edetään kyllin hitaasti, laatu on tärkeä, ei määrä. Kyseessä on ajattelutapa. Oppilaille annetaan ilo huomata, että matematiikassa saadaan sama vastaus, vaikka on käytetty erilaisia ratkaisutapoja (edellyttäen tietenkin, ettei ole tehty virheitä).
- Tehtäviä ratkaistaessa on tärkeää kirjoittaa välivaiheet. Näin pystytään näkemään, miten on päätelty ja voidaan löytää virheet. Yhtäsuuruusmerkin käyttö opitaan alusta alkaen oikein.
- Laskimen käyttöä ei rohkaista, vaan painotetaan oman päänn käyttöä. Laskimet ja koneet hyödynnetään vasta myöhäisemmässä vaiheessa, siten, kun tarpeellinen perusta on jo opittu.

## Esimerkkejä:

1.  $(97 + 68) + 3$

On opetettu: ”sulut aina ensin”. Kehotetaan oppilaita miettimään, onko tämä aina hyvä menettely. Tässä esimerkissä otetaan yhteenlaskun vaihdantaja liitännäisominaisuudet käyttöön, esimerkkinä voi käyttää: Sain eilen 97 mk ja 68 mk, tänä aamuna

vielä 3 mk, paljonko sain kaikkiaan? Tehtävä voidaan ratkaista helposti seuraavasti:

$$(97 + 68) + 3 = (97 + 3) + 68 = 100 + 68 = 168.$$

2. Tehtävä  $(0,47 \cdot 0,4) \cdot 25$  voidaan ratkaista vastaavasti kuin edellä. Tehtävä on helpompi, jos se muutetaan kertolaskun vaihdanta- ja liitäntäominaisuutta käyttäen:

$$\begin{aligned} (0,47 \cdot 0,4) \cdot 25 &= 0,47 \cdot (0,4 \cdot 25) \\ &= 0,47 \cdot \left(\frac{4}{10} \cdot 25\right) \\ &= 0,47 \cdot \left(\frac{100}{10}\right) \\ &= 0,47 \cdot 10 = 4,7. \end{aligned}$$

Kysymykseen ”entä, jos onkin 27 eikä 25?” voidaan vastata esim. että 27 voidaan kirjoittaa muotoon  $25 + 2$  ja tehdä jotakin samantapaista kuin edellä.

3.  $3,27 - 6,5 - 2,5 + 1,73$

Tehtävä voidaan ratkaista vaihdanta- ja liitäntäominaisuuksien perusteella:

$$\begin{aligned} 3,27 - 6,5 - 2,5 + 1,73 \\ &= (3,27 + 1,73) + (-6,5 - 2,5) \\ &= 5 + (-9) = -4. \end{aligned}$$

- 4.

$$\begin{aligned} 7 \cdot 2\frac{3}{7} &= 7 \cdot \left(2 + \frac{3}{7}\right) = 7 \cdot 2 + \left(7 \cdot \frac{3}{7}\right) \\ &= 14 + 3 = 17. \end{aligned}$$

- 5.

$$\begin{aligned} \frac{16,94}{2,8} &= \frac{1694}{100} \cdot \frac{10}{28} = \frac{121}{20} \\ &= \frac{5 \cdot 121}{5 \cdot 20} = \frac{605}{100} = 6,05; \end{aligned}$$

tässä ratkaisussa on käytetty supistamista ja laven- tamista ( $28 = 2 \cdot 14$ ).

## Yleisiä ohjeita opettajille

- On hyvä kertoa, että matematiikan nautinto ei ole suorituksia ja vastauksia, vaan omia ajatuksia ja päättelyä.
- Suurin este matematiikan oppimiselle on pelko.
- Pieni asia, jota ei ole ymmärtänyt, estää jatkon ymmärtämisen.
- Tehtäviä katseltaessa etsitään, onko luvuissa jotain erikoista, sitten vasta ryhdytään toimeen. Käytetään omaa päätä, kokeillaan, leikitään. Matematiikko on itsepäinen, hän ei anna periksi.
- Ruutupaperin käyttö ei ole suositeltavaa, paperi ohjailee esim. piirtämään neliön, kun pyydetään nelikulmio ja laskemaan mekaanisesti allekkain.
- Kokeiden teossa kokeiluryhmälle on tarkoitus testata sitä, mitä tälle ryhmälle on opetettu.
- Tavallista oppikirjaa käytettiin tarvittaessa lisänä kokeiluryhmälle, mutta samalla ajattelutavalla kuin kokeilumateriaalia.
- Vastuksia keltaiseen monisteeseen ei annettu. Perusteluna oli, että vastaukseen tyytyvää tai painottuvaa tai pyrkivää lähestymistapaa ei haluttu korostaa, vaan oppilaille yritettiin selvittää, että ajattelutavat ja työtavat ovat pääasia.

## Opettajat, jotka keskeyttivät kokeilun

Yhdeksäntoista opettajaa teki kokeilun loppuun lopputestiä myöden. Yksi opettaja keskeytti vakavan sairastumisen takia, sijainen jatkoi kokeilua, mutta ilman alun orientaatiota. Erään opettajan koulun uusi taiteellispitoinen pedagoginen orientaatio ei ollut yhteensopiva kokeilun kanssa, muutama opettaja uupui tehtäviensä paineessa, jollakin oli erityisen väsyttävä ryhmä, koska sille oli kerätty kokoelma taustaltaan muista poikkeavia oppilaita.

## Yleistä taustaa ja kokeilun tavoitteita

Oppilailla on erittäin vahvana käsitys matematiikasta mekaanisena tehtävien ratkaisemisena. Tavoitteena oli mekaanisen suorittamis- ja ajattelutavan vähentäminen, matematiikan rakenteen tuominen esiin ja oppiminen pala palalta, oman ajattelun stimuloiminen, eri ratkaisujen etsimisen korostaminen.

Algebran suhteen käytettiin harjoittelua luvuilla, jotta siirtyminen symboleihin (kirjainlausekkeisiin) olisi pohjustettu.

Yleisenä periaatteena oli ”laatua määrän kustannuksella”. Tehtäviä oli tarkoitus ratkoa etsimällä hyviä ja erilaisia ratkaisuja, ei vain ”vasemmalta oikealle, sulut ensin” jne. tyylillä. Tarkoituksena oli myös antaa oppilaille älyllisiä haasteita; ei mekaanisesti sääntöjen mukaan, vaan harkiten ja tutkien, mikä milloinkin olisi parasta.

## Opettajilta tullutta palautetta lyhyesti koottuna:

Ala-asteelta tulevia ongelmia ja opettajien ehdotuksia:

- annetaanko ala-asteella liian hyviä arvosanoja?
- ei osata kertotaulua (käytetty liikaa laskinta?),
- ei ymmärretä esim. että  $3\frac{1}{8}$  tarkoittaa  $3 + \frac{1}{8}$ ,
- ala-asteella ei tulisi yrittääkään opettaa murtolukujen jakamista,
- uusi jakokulma sekottaa,
- geometrian nimitykset sekaisin, esim. pallo ja ympyrä,
- oppilailla on hyvin erilaiset pohjatiedot.

Kokeilun alussa

- oppilaat olivat yleensä innostuneita, mutta jotkut olisivat halunneet kirjan eikä monisteita,
- alkuvaikeuksia oli, joidenkin into väheni, kokeilu tuntui liian vaikealta,
- oppilailla ei ollut rutiinia päässälaskussa,
- luvut olivat liian suuria, heikoimmat eivät jaksaneet keskittyä. Tästä ongelmasta opettajat selvisivät tekemällä vastaavanlaisia esimerkkejä pienemmillä luvuilla. Erään oppilaan kommentti: ”Mun kaverin isosiskollakaan ei ole näin vaikeita tehtäviä lukiossa.”
- opettajilla oli vaikeuksia ”päästä sisään”, he olisivat tarvinneet useampia yhteisiä tapaamisia alussa,
- vanhemmat vaikuttivat tyytyväisiltä, jotkut ihmettelivät aineiston vaativuutta, mutta tukivat kuitenkin ajatusta ”vaatia saa, kunhan pysytään kohtuudessa, siten nuoret saadaan oppimaan enemmän”,
- eteneminen oli yleensä hyvin hidasta,
- koko esimerkin kirjoittaminen kaikkine välivaiheineen tuntui toisille oppilaille ylivoimaisen vaikealta, mutta osa oppi sen hyvin,
- osa oppilaista ei yksinkertaisesti näyttänyt jaksavan ponnistella juuri lainkaan.

Monisteiden ja kirjan käytöstä rinnakkain

- tuntuu onnistuneen, mutta oli myös ongelmia,
- keltaiseen monisteeseen olisi toivottu vastauksia,

- viittaukset aikaisempaan tekstiin olivat ongelmallisia, koska aikaisempaa tekstiään ei ollut käytettävissä, ala-asteella taas ei välttämättä oltu käsitelty tai opittu k.o. asioita.

Kotitehtävät

- tarkastettaessa kotitehtäviä vain harvoilla oli oikea lopputulos, mutta oppilaat eivät masentuneet tästä. Eräs opettaja ehdotti vastausten antamista valmiiksi, jolloin vain kontrolloitaisiin, että tehtävät on suoritettu mielekkäällä tavalla.

## Oppilaiden vaikeuksia

Osalla oppilaista oli huono pohja. Esim. kertotaulua ei osattu eikä aina haluttukaan oppia. Vaikeuksia tuottivat myös desimaaliluvut, supistaminen ja jakolaskut, potenssilausekkeiden sieventäminen, pitkät yhteen- ja vähennyslaskut, suurilla luvuilla laskeminen. Vaikeaa oli myös ymmärtää 0:lla kertomisen merkitys, samoin muuttaa ajattelutapaansa enemmän omaa päätä käyttäväksi. Vaikutti kuitenkin siltä, että näistä opittiin selviämään, jotkut oppilaat jopa erittäin hyvin.

Iltapäivätunneilla ei tahdottu enää jaksaa ajatella sisukkaasti, materiaalin paljous tuntui liialta, monisteiden ulkoasu ei ollut kaikista kyllin korkeatasoinen ja painovirheitäkin niissä oli.

## Opettajien vaikeuksia

Opettajat kaipasivat esimerkkejä samoista asioista pienemmillä luvuilla. Ajoittain opettaja koki tylsänä monisteen laskut, toisaalta oppikirjan laskut kontrolliryhmän kanssa tuntuivat kovin lapsellisilta ja hepposilta, koska kirjan operointi tapahtui vain lukualueella  $-10 - +10$ .

Ongelmia tuottivat pienet tuntimäärät. Osa oppilaista oli huomattavasti jäljessä heikkojen pohjatietojen takia, eteneminen oli kovin hidasta, oppilailla oli huonot ja huolimattomat työtavat. Toisaalta jotkut kaipasivat vieläkin haasteellisempia tehtäviä (8. luokka).

## Mitä opittiin?

Oppilaat huomasivat ratkaisuvaiheiden merkitsemisen tärkeyden silloin, kun oli tullut virheitä. He oppivat tarkastelemaan tehtävää ensin kokonaisuutena, enää ei esimerkiksi edetty suinpäin vasemmalta oikealle.

Suuri osa oppilaista oppi laskemaan ilman laskinta, oman pään avulla, muutamat erittäin hyvin. ”Alussa tuntui vaikealta, mutta kun opin asiat, tuntui helpolta”. Joissain luokissa osaavampi oppilas auttoi heikom-paa.

Vaihdanta- ja liitäntälakien opettelussa ”luvuilla leik-kimistä” pidettiin hauskana ja oppilaat tuntuivat sisäistäneen sen.

Opettajista oli positiivista, että 7.-luokkalaiset saivat todella uutta opittavaa. Alkutilanteen hankaluus tuli palkitukseksi oppilaiden ennakkoluulottomana suhtautu-misena myöhemmin.

Monisteiden esitystavasta pidettiin kovastikin, tehtävät olivat aihepiiriltään mukavia, mutta ne olisivat saaneet olla ehkä hieman monipuolisempia.

Yleisvaikutelma oli kohtalaisen myönteinen, tärkein asia onnistumiselle oli luoda positiivinen ilmapiiri luok-kaan, ”tekemisen meininki”, vaikka välillä oli työläskin tunnelma. Huumori auttoi paljon, tärkeintä, ettei ku-kaan ollut ”pihalla”, vaan kaikilla oli hyvä mieli osaa-misestaan. ”Hei, mä osasin!” kiljahduksia kuului.

Opettajat pitivät positiivisena olla yhteydessä yliopis-ton kanssa, heistä oli mukavaa saada kirjeitä kokeilun edetessä ja vaihtelu virkisti.

Monet opettajista ja vanhemmista toivottivat tervetul-leeksi vaativammat sisällöt.

Eräs opettaja kirjoitti otsikolla ”Ihanaa palautetta”: Äiti kertoi tyttärensä kysyneen, miten äiti ratkaisisi erään pinta-alatehtävän. Sitten tytär kertoi innostunee-na, miten hän sen teki ja miten monella tavalla asian voi ajatella ja ”ajatella, kaikki tavat ovat oikeita!”

Eräät vanhemmatkin olivat kiinnostuneita kokeilun tu-loksista.

Jotkut kokeiluun osallistuneista opettajista kertoi-vat, että he olivat saaneet uutta näkökulmaa pitkäjänteisempään opetustapaan. Tällöin pidetään mielessä esimerkiksi tehtäviä valittaessa, että matema-tiikka on kokonaisuus, jota alemmalla tasolla opetet-taessa rakennetaan samalla perustaa myöhemmin vas-taan tulevalle.

## Monisteiden vertailu

Keltaisesta (siis venäläisestä) pidettiin enemmän, sen esitys oli hyvä, tehtävät monipuolisia, mutta eivät lii-

an helppoja (vastausta ei heti hoksannut). Oppilaatkin innostuivat ja huomasivat oppineensa jotain aivan uut-ta.

## Kokeilun tilastollisista tuloksista

Lopputestit pidettiin toukokuun 1999 alussa. Syynä tähän oli se, että kaikkien tulisi tehdä testi suunnil-leen yhtäaikaan ja että vertailutesti on tapana tehdä toukokuun lopussa. Algebran testi oli standardi Kasse-lin testi, jonka tuloksista on vertailuaineistoa eri maista eri ikäisiltä oppilailta. Testikysymysten näkeminen oli oppilaille ja opettajille järkytys, kysymyksethän katta-vat koko koulualgebran. Tarkoitus oli kuitenkin ainoas-taan saada taso selvitettyä, tehdä vain ne tehtävät, jot-ka osasi ja olla huolehtimatta muista, mutta ilman eri kannustusta oppilaat luovuttivat kauhistuneina. Tes-ti pidettiin monilla luokilla niin myöhään, että oppi-laat päättelivät, ettei se vaikuttaisi enää arvosanaan. Näin opettajan tehtäväksi jäi keksiä, miten motivoi-da vain arvosanastaan kiinnostuneet oppilaat tekemään parhaansa.

Opettajat korjasivat testit heille lähetettyjen kalvojen avulla. Eräs opettaja nurisi ”ilmaisesta työstä rahoite-tussa projektissa”, tietämättä, että myös vetäjien te-kemästä työstä suuri osa tehtiin samalla tavalla, oman työn lisäksi.

Keskiarvot kokeiluryhmissä olivat yleensä lievästi kor-keammat kuin vertailuryhmissä, mutta ero ei ollut ti-lastollisesti merkittävä.

On mahdollista, etteivät käytetyt koko koulualgebran kattavat Kasselin testit ja niiden suoritusajankohta ol-leet optimaalisia näin lyhyen kokeilun tulosten esiin saamisessa; vrt. *Olga Wolkoffin* kokeilu.

**Tärkein selittävä tekijä ryhmän oppimismenes-tyksessä oli opettajan osuus. Lisäksi näyttää siltä, että mitä suurempi oli opettajan selittävä osuus, sitä suurempi oli myös ryhmän hajonta. Tämä voitaisiin tulkita niin, että opettaja, jonka selittävä osuus oli suuri, paneutui tosissaan ko-keiluun ja uuden materiaalin antamat haasteet sallivat suuren hajonnan.**

**Ryhmässä, jossa oli pitkä tauko matematiikan oppitunneissa, testitulokset huononivat selvästi, vaikka kyseessä oli siis saman testin uusinta. Tämä viittaa siihen, että oppitunnit olisi oppi-mistulosten kannalta edullista sijoittaa tasaisesi-ti ilman katkoja.**

**Ongelmana oli myös se, ettei oppitunteja pystytty resurssien puutteen takia seuraamaan. Näin olisi tiedetty, missä suhteessa kukin opettaja lo-pulta käytti kokeilumateriaalia ja tavallista op-pikirjaa.**

## Kokeilun tuloksista

Kokeilun tulokset tukevat sitä, että matematiikan oppitunnit olisi oppimistulosten kannalta edullista sijoittaa kouluvuodelle tasaisesti ilman katkoja.

Suomalaiset koululaiset pitivät kokeilumateriaalia varsin vaativana, vaikka se oli Venäjällä tarkoitettu 1–2 vuotta nuoremmille.

Opetusmenetelmien muuttaminen on pitkäjänteistä työtä ja perusta pitäisi aloittaa jo ala-asteelta. Algebran kokeilussamme opettivat kokeilumateriaalilla suomalaisen opettajankoulutuksen saaneet opettajat, joille pystyttiin järjestämään vain kahden illan lisäkoulutus. Tässä tilanteessa siis Kasselin testiä käyttämällä ei tullut esille tilastollisesti merkittäviä eroja. Sen sijaan oheisessa Olga Wolkoffin tutkimuksessa tehtiin kokeilussamme mukana olleelle ryhmälle ja kontrolliryhmälle Wolkoffin kehittämä yksityiskohtainen testi. Kokeilumateriaalia käyttävä opettaja ei käyttänyt lisänä suomalaista kirjaa ja opettajan selitykset venäläisen monisteen teoriaselvityksiin olivat välttämättömiä, vaikka ryhmän taso oli melko hyvä. Wolkoffin testi toi esille selvät erot oppimistuloksissa verrattuna suomalaista materiaalia käyttäneeseen kontrolliryhmään. Kolmas ryhmä Wolkoffin tutkimuksessa oli Pietarista.

## Algebran kokeilun työnjako

MALU-projektissa olivat mukana dos. Marjatta Näättänen (vastuullinen johtaja, Helsingin yliopisto), professorit George Malaty ja Juha Alho (Joensuun yliopisto). Kokeilun käytännön järjestelyt ja ranskankielisen tekstin kääntämisen suoritti Marjatta Näättänen, didaktisen koulutuksen, testien valinnan ja oppitekstin sovittamisen Suomen oloihin suoritti George Malaty, venäläisen tekstin käänsi Olga Wolkoff ja tilastollisesta analyysistä vastasi Juha Alho. Olga Wolkoff teki oman vertailunsa kolmella aineistolla, joista yksi oli samaa kuin kokeilussamme käännetty. Tulokset raportoidaan erikseen tässä Solmussa.

## Kirjallisuutta

Goutodier, Michel: *Les Carnets de 4e Mathematiques, cours/exercices*, Hatier, Paris, 1991.

*Algebra. Učebnik dlja 6 klassa srednej školy*. Pod redakciej S. A. Teljakovskogo. Avtory: Ju. N. Makaryčev, N. G. Mindjuk, K. S. Muravin, K. I. Neškov, S. B. Suvorova. Moskva. Prosveščeniye 1985.

Soro, Riitta ja Pehkonen, Erkki: *KASSEL-projekti, osa 1, Peruskoulun oppilaiden matemaattiset taidot kansainvälisessä vertailussa*. Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos, Tutkimuksia 197, 1998.

**Taulukko 1.** Kiinteiden vaikutusten regressiokertoimet, kun selitettävänä on algebran pistemäärä.

Muuttuja	Kerroin	P-arvo
AGE	−.0268	.943
GIRL	−1.47	.003
GPA	.740	.045
MATH	1.18	.000
A	.362	.000
B	.351	.013
EXPER	−1.54	.110

**Taulukko 2.** Kiinteiden vaikutusten regressiokertoimet, kun selitettävänä on kevään 1999 Kasselin testeissä saatu osioiden A ja B pistemäärä.

Muuttuja	A		B	
	Kerroin	P-arvo	Kerroin	P-arvo
AGE	−.903	.002	−.414	.000
GIRL	−1.10	.087	−.0653	.878
GPA	.156	.574	−.00806	.940
MATH	1.30	.000	.231	.001
A	.439	.000	.0874	.000
B	.226	.037	.146	.000
EXPER	−1.00	.389	−1.19	.008

### Kiinteinä vaikutuksina käytetyt muuttujat:

AGE = oppilaan ikä syksyllä 1998 (vuosina),

GIRL = 1, jos oppilas on tyttö, = 0, jos oppilas on poika,

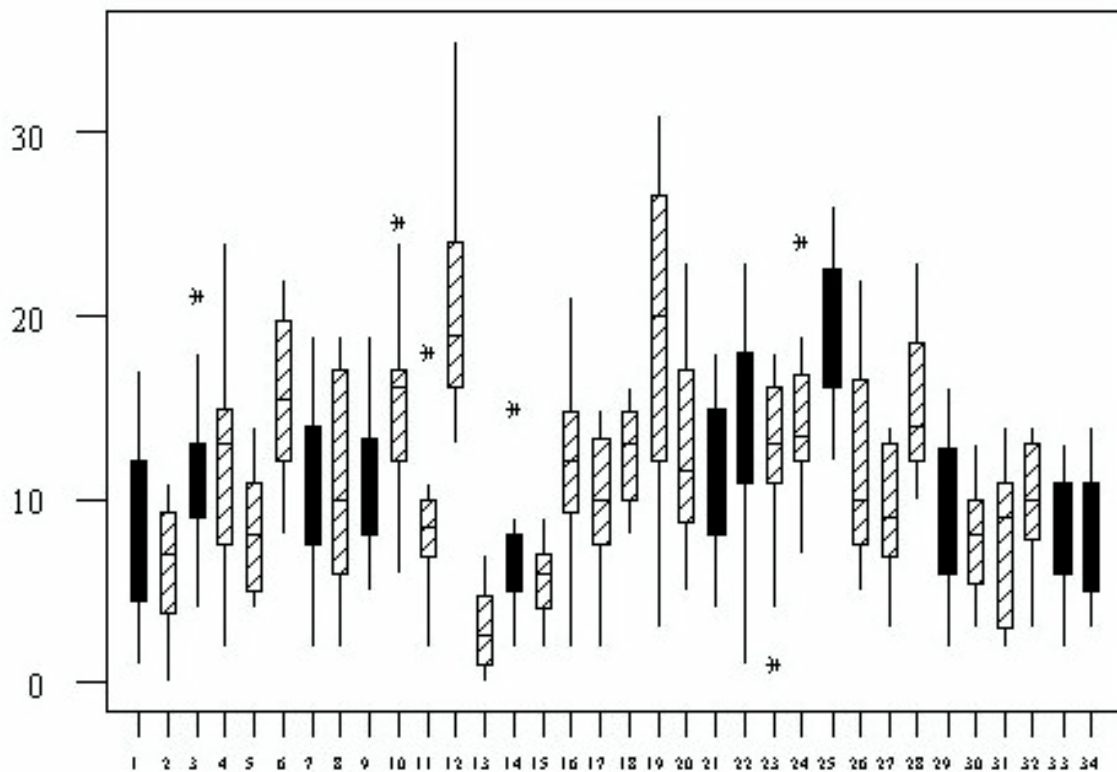
GPA = viimeisin keskiarvo ennen syksyä 1998 (4–10),

MATH = viimeisin matematiikan arvosana ennen syksyä 1998,

A = syksyn 1998 pistemäärä osiossa A (0,1,...,23),

B = syksyn 1998 pistemäärä osiossa B (0,1,...,6),

EXPER = 1, jos oppilas kuului kokeiluryhmään, = 0, jos oppilas kuului kontrolliryhmään.



**Kuva.** Laatikkokuviot oppilasryhmien testitulosten jakaumista. Oppilasryhmiä oli 34 kappaletta. Vertailuryhmien jakauma on musta, koemateriaalia käyttäneiden ryhmien jakaumat ovat viivoitettuja. Laatikko ulottuu 1. kvartiilista 3. kvartiiliin, ts. se kattaa keskimmäisen 50% datasta. Laatikon keskellä oleva poikkiviiva on medianin kohdalla, eli se halkaisee datan kahtia. Kuviossa vaaka-akselilla on oppilasryhmät numeroituna 1–34 ja pystyakselilla kunkin ryhmän testistä saamat pistemäärät.

## Alkuopetusta Unkarista

Matematiikan opetusmetodien kehittäminen on hyvä aloittaa aivan alkuopetuksesta. Unkarista tuli lukukauden alussa elokuussa 2000 kaksi opettajaa pitämään Varga-menetelmästä intensiivikurssin Jyväskylässä ja Polvijärvellä. Syksyllä 2000 ovat kurssilla olleet opettajat käyttäneet tätä menetelmää opetuksessa. Tuloksia ja materiaalia kerätään matematiikkalehti Solmuun (<http://www.math.helsinki.fi/Solmu>).