



Matematiikkaolympialaiset Koreassa

Koululaisten 41. kansainväliset matematiikkaolympialaiset, IMO 2000, pidettiin Korean *Taejonissa*, noin 200 km etelään Soulistä, 13.–25. heinäkuuta 2000. Tavan mukaan kolmena ensimmäisenä päivänä paikalla oli vain tehtävät laativa joukkueiden johtajista koostuva kansainvälinen tuomaristo. Joukkueet saapuivat 16. heinäkuuta ja varsinaiset kilpailut pidettiin 19. ja 20. heinäkuuta. Kilpailupaikkana samoin kuin kilpailijoiden majapaikkana oli KAISTin, Korea Advanced Institute of Science and Technologyn kampus Taejonin liepeillä.

Joukkueiden ja kilpailijoiden määrä oli jälleen ennätysellinen, vaikka IMO:n kasvuvauhti tuntuukin hidastuneen. Joukkueensa oli lähettänyt 82 maata (joukossa oli kyllä ei varsinaisesti itsenäisiä alueita kuten Hongkong, Macao ja Puerto Rico). Kilpailijoita oli 461. Kilpailun kaikin puolin onnistuneista järjestelyistä vastasi Korean Tiede- ja tekniikkaministeriön ja Korean Opetusministeriön tukemana Korean Matemaattinen yhdistys; järjestelytoimikunnan puheenjohtajana päävastuuta kantoi professori *Sung Je Cho*.

Tuomariston tehtävänlaadintakokoukset pidettiin Chonanissa, Soulin ja Taejonin puolivälissä. Kokouspaikkana oli Korean postilaitoksen moderni koulutuskeskus, joka sopi tarkoitukseen erinomaisesti. Tehtävähdotuksia oli eri osallistujamaista saatu kaikkiaan 142, ja näistä 18-henkinen, puolalaisella *Marcin Kuzmalla* ja bulgarialaisella *Svetoslav Savchevilla* vahvistettu korealainen esivalintatoimikunta oli poiminut 27 ehdokasta tuomariston käsittelyyn. Perusteellisen pohdinnan jälkeen taejonilaisen professori *Gyo*

Taek Jinin johtama tuomaristo päätyi valitsemaan sarjan, jonka ensimmäinen ja viimeinen tehtävä edustivat klassista tasogeometriaa, viides oli puhdaspiirteinen lukuteorian tehtävä, johon oli lähes perinteeksi muodostuneen tavan mukaan myös upotettu kilpailun vuosiluku, toinen etukäteen liiankin helpoksi arvioitu epäyhtälö, neljäs kombinatorista päättelyä edellyttänyt ja kolmas lähinnä matemaattiseksi analyysiksi luokiteltava. Valinnan jälkeen ilmeni, että tehtävistä peräti kolme (1, 5 ja 6) oli Venäjän ehdottamia, muut Yhdysvalloista (2), Valko-Venäjältä (3) ja Unkarista (4). Kirjoittaja ei muista, että näin suuri osuus tehtävistä olisi koskaan ollut yhdestä maasta lähtöisin.

Kilpailujen avajaiset pidettiin 18.7. Taejonissa. Avajaisia kunnioitti läsnäolollaan ja puheellaan kilpailujen suojelija, Korean pääministeri *Han Dong Lee*, joka saapui avajaispaikalle helikopterillaan. Kilpailut pidettiin 19.7. ja 20.7., ja tulokset saatiin valmiiksi Kansallisessa Chugnam-yliopistossa pidettyihin päättäjäisiin 24.7. Kilpailijat tekivät retkiä Korean Folk Village -museoon Soulin lähelle ja Kyungjuun Korean itärannikolle. Alkuperäisestä ohjelmasta poiketen kilpailijat kävivät myös Soulessa Korean presidentin erikoisvieraina. KAISTin kampuksella pidetty loppuilallinen huipentui loistavaan ilotulitukseen. Tuomariston työ ei juuri antanut mahdollisuuksia turismiin.

Kilpailun tehtävät osoittautuivat vaikeiksi. Maksimipisteet 42 annettiin kuitenkin neljälle kilpailijalle, Kiinan *Zhiwei Yunille*, Valkovenäjän *Alexandr Usnichille* ja Venäjän *Aleksei Poiarkoville* ja *Alexander Gaifoulinelle*. Kultamitaliin oikeuttavan parhaan 1/12-osan muodostivat ainakin 30 pistettä saaneet, seuraava kuu-

dennes eli hopeamitalilla palkittavien osuus muodostui ainakin 21 pistettä saaneista, ja jo 11 pisteen suoritus merkitsi parempaan puolikkaaseen eli pronssimitalikategoriaan pääsyä. Viime vuonna vastaavat pisterajat olivat 28, 19 ja 12.

Pistekeskiaivoilla mitaten helpoin tehtävä oli numero 1 (keskiarvo 4,1), sitten 4 (3,2), 2 (2,8), 5 (1,6), 6 (1,0) ja 3 (0,7). Kilpailun menestyjien, kultamitalin saajien, vastaava järjestys on 1 (7, kaikilla siis täydet pisteet!), 5 (6,6), 2 (6,5), 4 (6,2), 6 (4,6) ja 3 (3,5). Luvuista voi päätellä valmennuksen merkitystä: helppo geometrian tehtävä 1 on harjoitelleelle rutiinia, samoin melko standardi lukuteoreettinen tehtävä ja epäyhtälö, mutta olennaisesti vain oivallusta vaatinut tehtävä 4 on menestyjien listalla sijoitukseltaan alempana kuin kaikilla osallistujilla.

Maiden paremmuutta ei matematiikkaolympialaisissa virallisesti mitata, epävirallisesti sitäkin innokkaamin. Parhaan yhteispistemäärän kokosi Kiina, seuraavina Venäjä, Yhdysvallat, Korea, Vietnam, Bulgaria, Valko-Venäjä, Taiwan, Unkari ja Iran.

Suomen joukkue oli valittu perinteisin kuviolin. Valinnasta ja valmennuksesta vastasi Suomen matemaattisen yhdistyksen valmennusjaoston työryhmä *Matti Lehtinen, Kerkko Luosto, Jari Lappalainen* ja *Jouni Seppänen*. Toimintaa Päivölässä koordinoivat lisäksi *Kullervo Nieminen* ja *Merikki Lappi*. MAOLin lukio-kilpailun kaksi kierrosta ja 14. Pohjoismainen matematiikkakilpailu huhtikuussa yhdessä valmennusvastausten ja Päivölän Opiston matematiikkaviikonloppujen kanssa olivat pohjana, kun toukokuulle valinta- ja valmennusleirille Päivölän Opistoon Valkeakoskelle koottiin kymmenkunta osallistujakandidaattia. Neljä valintakoetta muun informaation lisäksi johtivat lopul-

ta yksiselitteiseen valintaan: Suomea edustivat *Anne-Maria Ernvall* Turusta, *Mikko Harju* Kirkkonummelta, *Riikka Korte* Helsingistä, *Teemu Murtola* Joensuusta (Päivölästä), *Jarkko Pyy* Halikosta ja *Johanna Tikanoja* Pyhäjärveltä (Päivölästä). Joukkueen johtajana ja samalla kansainvälisen tuomariston jäsenenä toimi *Matti Lehtinen*, ja joukkueen varajohtajana oli *Jari Lappalainen*.

Joukkueen suoritus oli varsin tyydyttävä. Edellisen vuoden yksi hopeamitali vaihtui nyt kolmeksi pronssimitaliksi, jotka saivat *Riikka Korte*, *Mikko Harju* ja *Anne-Maria Ernvall*. *Teemu Murtola* palkittiin lisäksi kunniamaininnalla. Kyseessä oli ensimmäinen kerta Suomen matematiikkaolympialaisoollistumisen historiassa, kun tyttöoppilas sai mitalin. Joukkueen yhteispistemäärä 52 oikeutti sijaan 52. Todettakoon, että Ruotsin sijoitus oli 31., Norjan 56., Viron 57., Islannin 60. ja Tanskan 61.

Suomalaisten pahimmaksi kompastuskiveksi muodostui taas kerran geometria. Vaikeampi tehtävä 6 tuotti Suomelle 2 pistettä, helpompi ensimmäinen tehtävä 11. Eniten pisteitä Suomi sai kombinatorisesta tehtävästä 4. On entistä ilmeisempää, että geometrian kunnollisen koulupohjan puuttuessa ainoa tie matematiikkaolympialaisten tuloslistan alkupäähän voisi kulkea todella intensiivisen ja pitkäkestoisen geometrian tehovalmennuksen kautta. Myös lukuteorian rutiini tulisi luoda harjoituksella. Vain päättelyä edellyttävissä tehtävissä ero kärkeen ei ole dramaattinen.

Seuraavat matematiikkaolympialaiset pidetään Washingtonissa Yhdysvalloissa 1.–14. heinäkuuta 2001. Sen jälkeen matematiikkaolympialaiset järjestää ennakotiedoista poiketen Iso-Britannia. Japani on vuorossa vuonna 2003 ja Kreikka vuonna 2004.

Matti Lehtinen

41. kansainväliset matematiikkaolympialaiset

Joukkueiden yhteispisteet

Sulkeissa oleva luku maan nimen jälkeen osoittaa, että joukkueessa oli vähemmän kuin 6 kilpailijaa.

1. Kiina	218	10. Iran	155	Slovakia	111
2. Venäjä	215	11. Israel	139	20. Armenia	108
3. Yhdysvallat	184	Romania	139	Saksa	108
4. Korea	172	13. Ukraina	135	22. Iso-Britannia	96
5. Bulgaria	169	14. Intia	132	23. Jugoslavia	93
Vietnam	169	15. Japani	125	24. Kazakstan	91
7. Valko-Venäjä	165	16. Australia	122	25. Argentiina	88
8. Taiwan	164	17. Kanada	112	26. Moldova (5)	84
9. Unkari	156	18. Turkki	111	27. Etelä-Afrikka	81

28. Hongkong	80	Latvia	60	Peru (4)	32
29. Bosnia	78	48. Ranska	58	Malesia (3)	32
Thaimaa	78	Brasilia	58	68. Espanja	29
31. Ruotsi	77	50. Italia	57	69. Irlanti	28
32. Puola	75	51. Indonesia	54	70. Uruguay (3)	23
Meksiko	75	52. Suomi	52	Filippiinit (4)	23
34. Kroatia	73	53. Belgia	51	72. Sri Lanka (3)	21
Slovenia	73	Luxemburg (4)	51	Portugali	21
36. Georgia	72	55. Marokko	48	74. Ecuador	19
37. Singapore	71	56. Kreikka	46	75. Albania	17
38. Uzbekistan	70	57. Norja	45	76. Kirgisia (4)	16
39. Itävalta	68	58. Viro	42	Macao	16
40. Sveitsi (4)	67	59. Trinidad	40	78. Kuwait (4)	12
Mongolia	67	60. Islanti	37	79. Guatemala	11
42. Tšekinmaa	65	61. Tanska	36	Venezuela (2)	11
43. Makedonia	63	62. Uusi-Seelanti	34	81. Brunei (2)	8
44. Kolumbia	61	Liettua	34	Puerto Rico	8
Kuuba	61	64. Azerbaidžan	32		
46. Hollanti	60	Kypros	32		

41. kansainvälisten matematiikkaolympialaisten tehtävät

1. Ympyrät Γ_1 ja Γ_2 leikkaavat toisensa pisteissä M ja N . Olkoon l se Γ_1 :n ja Γ_2 :n yhteinen tangentti, joka on lähempänä M :ää kuin N :ää. Suora l sivuaa Γ_1 :tä pisteessä A ja Γ_2 :ta pisteessä B . Pisteen M kautta kulkeva l :n suuntainen suora leikkaa ympyrän Γ_1 myös pisteessä C ja ympyrän Γ_2 myös pisteessä D . Suorat CA ja DB leikkaavat pisteessä E ; suorat AN ja CD leikkaavat pisteessä P ; suorat BN ja CD leikkaavat pisteessä Q . Osoita, että $EP = EQ$.

2. Olkoot a , b ja c positiivisia reaalilukuja ja olkoon $abc = 1$. Todista, että

$$\left(a - 1 + \frac{1}{b}\right) \left(b - 1 + \frac{1}{c}\right) \left(c - 1 + \frac{1}{a}\right) \leq 1.$$

3. Olkoon $n \geq 2$ positiivinen kokonaisluku. Vaakasuuralla suoralla on n kirppua, jotka eivät kaikki ole samassa pisteessä. Olkoon λ positiivinen reaaliluku. Määritellään *siirtymä* seuraavasti: valitaan jotkin kaksi kirppua, jotka ovat pisteissä A ja B , A B :n vasemmalla puolella; annetaan A :ssa olevan kirpun hypätä siihen B :n oikealla puolella olevaan suoran pisteeseen C , jolle $BC/AB = \lambda$. Määritä kaikki sellaiset λ :n arvot, joilla kaikki kirput voivat siirtyä mistä hyvänsä alkuasemasta minkä hyvänsä pisteen M oikealle puolelle äärellisen monen siirtymän avulla.

4. Taikurilla on sata korttia, jotka on numeroitu 1:stä 100:aan. Taikuri sijoittaa kortit kolmeen rasiaan, punaiseen, valkoiseen ja siniseen, niin että joka rasiassa on ainakin yksi kortti. Eräs katsojista valitsee rasioista kaksi, ottaa kummastakin rasiasta yhden kortin ja kertoo valituissa korteissa olevien numeroiden summan. Kuultuaan summan taikuri ilmoittaa, mistä rasiasta ei ole otettu kortteja. Monellako tavalla kortit voidaan sijoittaa rasioihin niin, että kuvattu tempu aina onnistuu? (Kahta sijoittelua pidetään eri sijoitteluina, jos niissä ainakin yksi kortti on eri rasiassa.)

5. Selvitä, onko olemassa positiivista kokonaislukua n , jolle n on jaollinen tasan 2000:lla eri alkuluvulla ja $2^n + 1$ on jaollinen n :llä.

6. Olkoot AH_1 , BH_2 ja CH_3 teräväkulmaisen kolmion ABC korkeusjanat. Kolmion ABC sisään piirretty ympyrä sivuaa sivuja BC , CA ja AB pisteissä T_1 , T_2 ja T_3 , tässä järjestyksessä. Olkoot suorat l_1 , l_2 ja l_3 suorien H_2H_3 , H_3H_1 ja H_1H_2 peilikuvat suorien T_2T_3 , T_3T_1 ja T_1T_2 yli suoritetuissa peilauksissa (tässä järjestyksessä). Todista, että l_1 , l_2 ja l_3 määrittävät kolmion, jonka kärjet ovat kolmion ABC sisään piirretyn ympyrän kehällä.