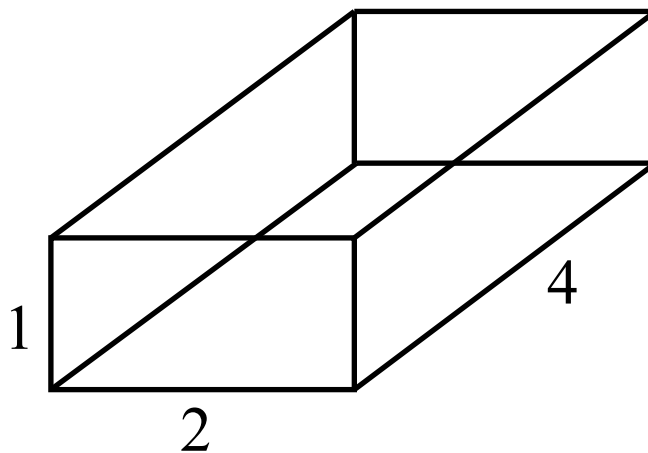


Mikä reitti on lyhyin?

Seuraavassa on pari geometrista ongelmaa, joiden ratkaisemiseen ei tarvita mitään ihmeellisiä esitietoja, ajattelua kylläkin. Araknofobiasta kärsivät voivat halutessaan korvata hämähäkit joillakin muilla eliöillä.

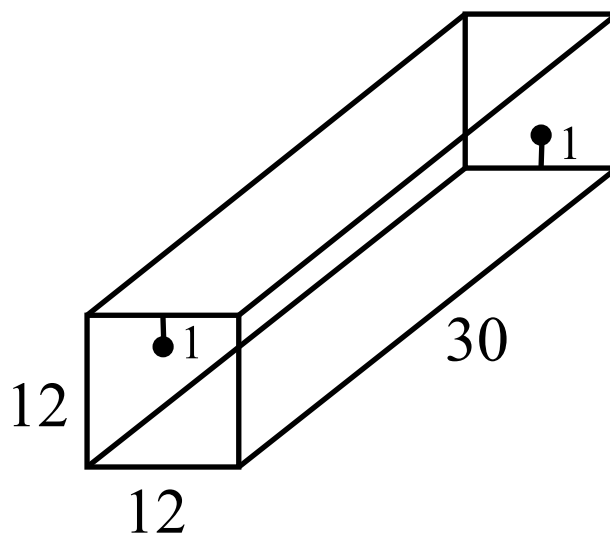
ONGELMA 1. Hämähäkki elää omissa oloissaan suorakulmaisen särmiön pinnalla. Särmiön sivujen pituudet ovat 1, 2 ja 4 pituusyksikköä. Yöymistä varten se on rakentanut itselleen pesän keskelle toista pinta-alaltaan suurinta sivutahkoa. Mistä valtakuntansa pisteestä sillä on pisin matka yöymispaikalleen, kun se aina kulkee lyhintä mahdollista reittiä pitkin?



ONGELMA 2. Erään toisen suorakulmaisen särmiön pintaa asuttaa tällä kertaa kaksi hämähäkkiä. Särmiön sivujen pituudet ovat nyt 12, 12 ja 30 yksikköä, eli sen poikkileikkaus on neliön muotoinen. Ensimmäinen hämähäkki on rakentanut itselleen pesän neliönmuotoiselle sivutahkolla; pesä sijaitsee yhden pituusyksikön verran neliön yläreunan keskipisteestä alaspäin kuten seuraavalla sivulla olevassa kuvassa. Toisen hämähäkin pesä on vastakkaisella sivutahkolla ja särmiön keskipisteen suhteen symmetrisessä pisteessä, ts. yhden yksikön verran neliön alareunan keskipisteestä ylöspäin.

Eräänä päivänä ensimmäinen hämähäkki kuulee uskomattoman tarinan vieraalla laatikolla elävästä hämähäkistä ja siihen liittyvästä matemaattisesta ongelmasta; vrt. ongelma 1. Tehtävä tuntuu vaikealta ja niinpä hän päättää lähteä kysymään neuvoa vastakkaisella tahkolla asuvalta naapuriltaan. Yhdessä he miettivät vastausta ongelmaan, mutta se on edelleen ratkaisematta, kun vierailijan täytyy illan pimetessä lähteä kotiinsa. Koska on

pimeää eikä kotia näy, hän lähtee kävelemään umpimähkään valitsemaansa suuntaan ja saapuu kuin saapuukin onnellisesti kotiinsa. Kotona hän kuitenkin tajuaa kävelleensä vain 40 yksikköä, kun menomatalla oli tarvittu 42 yksikköä. Mitä reittiä pitkin vierailu tapahtui?



LISÄTIETOJA: Jos jollakin pinnalla olevaa käyrää pitkin käveltäessä matka päätepisteiden välillä on lyhyempi kuin mitä tahansa muuta käyrää pitkin, sanotaan kyseistä käyrää geodeesiksi. Tarkemmin sanottuna: Annetulla pinnalla oleva käyrä on geodeesi, jos sen pituus on mahdollisimman pieni kaikkien niiden käyrien joukossa, joilla on samat päätepisteet. Tasolla geodeesit ovat janoja ja esimerkiksi pallon pinnalla ne ovat isoympyrän kaaria. Yllä olevien särmiöiden pinnoilla geodeesit ovat hieman monimutkaisempia, ja ongelmien ratkaisemisen voikin aloittaa miettimällä, miltä geodeesit näyttävät ja miten helpoiten löydetään annettuja pisteitä yhdistävä geodeesi.

Ratkaisuja voi lähettää artikkelin kirjoittajalle.

Pekka Alestalo

pekka.alestalo@helsinki.fi