

## Matematiikan yo-tehtäviä 1968-1977

1. Lukujoukkoon, jossa on 250 lukua, joiden keskiarvo oli 20, liitettiin joukko lukuja, joiden keskiarvo oli 30. Montako liitettävää lukua sai enintään olla, kun keskiarvo ei noussut yli 24:n? [lyhyt 4, syksy 1969]
2. Ratkaise yhtälö  $1 + \sin 2x = \cos 2x$ . [pitkä 4, kevät 1976]
3. Millä vakion  $a$  arvoilla yhtälöllä  $\frac{a}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 0$  ei ole reaaliuuria? [pitkä 2, kevät 1973]
4. Ympyrään on piirretty kaksi yhtä suurta jännettä  $AB$  ja  $CD$ , jotka ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Jänne  $AB$  jakaa  $CD$ :n kahteen osaan  $a$  ja  $b$  ( $a \neq b$ ). Laske ympyrän ala. [lyhyt 10, syksy 1972]
5. Ratkaise differentiaaliyhtälö  $\frac{dy}{dx} + y^2 = \left(\frac{y}{x}\right)^2$  sekä piirrä pisteen  $(2, 2)$  kautta kulkeva integraalikäyrä. [pitkä 7 b, kevät 1975]
6. Erään siemenlajikkeen itämistodennäköisyys on  $2/3$ . Kuinka monta siementä on vähintään kylvettävä, jotta todennäköisyys sille, että niistä ainakin kaksi itää, olisi yli 95%? [pitkä 9 b, syksy 1974]
7. Pistemäinen valonlähde on annetulla etäisyydellä  $c$  pallon keskipisteestä ja valaisee kuudennen osan sen pinnasta. Laske pallon säde. [lyhyt 7, kevät 1970]
8. Osoita, että käyrä  $x^4 + y^2 = 1$  on ympyrän  $x^2 + y^2 = 3/2$  sisällä. [pitkä 9, kevät 1971]
9. Piste  $(x_o, y_o)$  liikkuu tasossa siten, että siitä paraabelille  $y = x^2$  piirretyt tangentit ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Minkä käyrän piste  $(x_o, y_o)$  tällöin piirtää? [pitkä 9, kevät 1977]
10. Osoita, että hyperbelin  $y^2 = 3(x^2 - 1)$  oikeanpuoleinen haara jakaa kaikki pisteitä  $(-1, 0)$  ja  $(2, 0)$  yhdistävät ympyränkaaret suhteessa  $2 : 1$ . [pitkä 10, kevät 1968]