

Tehtäviä vuosilta 1948 – 1957

- 1948** Kun juna matkaa AB kulkiessaan pysähtyy väliasemilla, kuluu matkaan 10 % enemmän aikaa kuin jos se kulkisi pysähtymättä. Kuinka monta % olisi nopeutta lisättävä, jotta matkaan AB pysähtymisineen kuluva aika lyhenisi 15 %, jos väliasemilla pysähtymisiin kuluva aika pysyy muuttumattana? [S1, pitkä ja lyhyt.]
- 1949** Teräväkulmaisen kolmion korkeusjanojen kantapisteet yhdistetään toisiinsa. Todista, että alkuperäisen kolmion korkeusjanat puolittavat näin muodostuneen kolmion kulmat. [K6, pitkä ja lyhyt.]
- 1950** r -säteisen ympyrän ympäri on piirretty suorakulmainen kolmio. Laske sen ala, jos sen toinen kateetti on a . [S7, pitkä ja lyhyt.]
- 1951** Minkä yhtälön tulee vallita kertoimien p ja q välillä, jotta yhtälöillä $x^2 + px + q = 0$ ja $x^2 + qx + p = 0$ olisi yksi ja vain yksi yhteinen juuri? Määrää yhteinen juuri ja muut juuret yksinkertaisimmassa muodossaan. [S3, pitkä.]
- 1952** Määritä sen logaritmijärjestelmän kantaluku (tai tämän brigg-siläinen logaritmi), jossa kahden määrätyn luvun a ja b logaritmien tulo = samojen lukujen tulon logaritmi. Laske kantalukujen 4-desimaalinen likiarvo kun $a = 5$ ja $b = 2$. [K10, pitkä.]
- 1953** Todista, että kaikilla x :n arvoilla $\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2} \sin^2 2x$ on pienempi tai yhtäsuuri kuin 1. [K10, pitkä.]
- 1954** Paraabelin polttopiste on origo ja huippu $(0, -2)$. Missä pisteessä paraabelin ja x -akselin leikkauspisteisiin piirretyt tangentit leikkaavat toisensa? Piirrä kuvio. [S4, pitkä.]

1955 Jaa jana a kahteen osaan x ja y sekä y vielä kahteen osaan z ja u siten, että $x : y = y : z = z : u$. Laske suhde $x : u$.
[K6, pitkä ja lyhyt.]

1956 Millä x :n arvoilla päättymätön geometrinen sarja

$$1 + \frac{x-1}{x+1} + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n + \dots$$

suppenee ja mikä on tällöin sen summa $S(x)$? Piirrä funktion $y = S(x)$ kuvaaja. [K2, pitkä.]

1957 Toisen asteen yhtälön juurien erotus, summa ja tulo muodostavat aritmeettisen sarjan, mutta erotus, tulo ja summa (tässä järjestyksessä) geometrisen sarjan¹. Kirjoita yhtälö.
[K3, pitkä.]

¹Nykyisin sanottaisiin, että ne muodostavat geometrisen (aritmeettisen) jonon.