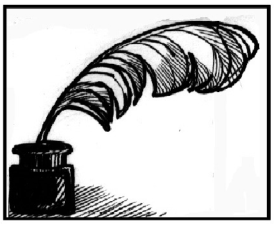

Mietteitä matematiikasta

Jukka Liukkonen
Mat. yo. evp.

Matematiikan olemuksesta

Matematiikka [4][14] on syntynyt tarpeeseen jäsentää maailmaa, vertailla asioita ja ennustaa tapahtumia. Ensimmäisiä sovellusalueita olivat ainakin ajanlasku, kauppa, verotus ja maanmittaus. Matematiikalle on ominaista käsitteellisyys ja yleisyys. Matematiikan abstraktiot syntyvät samastamalla: luku viisi edustaa sekä viittä varista että viittä sormea. Käsitteiden avulla määritellään uusia käsitteitä ja tutkitaan niiden ominaisuuksia, esimerkkeinä lukujen yhteenlasku ja sen vaihdannaisuus.

Abstraktin systeemin tietyt ominaisuudet voidaan ottaa perustotuuksiksi, *aksioomiksi*, uudelle systeemille. Tällöin on kysymys yleistämisestä: katsotaan, millainen teoria saadaan aikaan käyttäen päättelyiden lähtökohtina aksioomia ja vain niitä. Esimerkiksi reaaliluvut olivat käytössä jo ennen ajanlaskumme alkua, mutta ne määriteltiin tarkasti vasta 1800-luvun loppupuolella, ja täydellinen reaalilukujen aksioomajärjestelmä esitettiin 1800- ja 1900-lukujen vaihteessa. Intuitiivisesti, heuristisesti, tietokoneohjelmalla tai muulla tavoin keksityt väitteet, arvaukset systeemin ominaisuuksiksi, varmennetaan todistamalla, etsimällä aukoton päättelyketju aksioomista ja aikaisemmin varmennetuista tosiasioista väitteeseen. Todistettu väite, mikäli sitä pidetään tarpeeksi merkittävänä, tulee osaksi matematiikan yleisesti hyväksyttyä oppirakennelmaa. Näin matematiikan teoriat laajenevat. Todistamalla todeksi osoitettu väite on takuuvarmasti totta myös tulevaisuudessa.

Joskus väitteet elävät vuosikausia konjektuureina tai hypoteeseina ilman todistusta. Kuuluisimpia ovat *Riemannin hypoteesi* [2][16] vuodelta 1859 ja *Collatzin konjektuuri* [3][9] vuodelta 1937. Niistä kumpaakaan ei tietääkseni ole vielä todistettu eikä kumottu. *Fermat'n suuri lause* [11] vuodelta 1637 eli todistamattomana väitteenä 358 vuotta, kunnes Andrew Wiles keksi todistuksen ja julkaisi sen vuonna 1995. Joukkojen mahtavuuksiin liittyvä *kontinuumihypoteesi* [10] vuodelta 1878 on sikäli erikoislaatuinen väite, että sitä ei edes periaatteessa pystytä todistamaan eikä kumoamaan joukko-opin tavanomaisista aksioomista lähtien. Tämän osoittivat puoliksi Kurt Gödel vuonna 1940 ja lopullisesti Paul Cohen vuonna 1963. Ennen Gödeliä lukuisat matemaatikot yrittivät todistaa kontinuumihypoteesia joko päteväksi tai pätemättömäksi, muiden muassa hypoteesin esittäjä Georg Cantor[1]. Kokonaislukujen alkutekijöiden lukumäärään liittyvä *Pólyan konjektuuri* [15] vuodelta 1919 on kuuluisa esimerkki matemaatikoita pitkään vaivanneesta, lopulta paikkansapitämättömäksi osoittautuneesta väitteestä. Sen osoitti vääräksi C. Brian Haselgrove vuonna 1958.

Kauan sitten matematiikka määriteltiin Helsingin yliopiston opinto-oppaassa *loogiseksi ja formaaliksi tie-*

[1]Kuriositeettina mainittakoon, että suomalainen filosofi ja kirjastonjohtaja Uuno Saarnio "todisti" kontinuumihypoteesin, mutta matemaatikkoyhteisö ei ole hyväksynyt Saarnion päättelyä. [1][6]

teeksi, joka kehittää teorioita annetuista peruslähtökohdista, aksioomista, lähtien. Määritelmä ei kata koko totuutta, sillä usein mielenkiintoisin ja syvällisin tehtävä on itse aksioomajärjestelmän luominen. Aksioomat eivät saa olla ristiriidassa keskenään; tämä on ehdoton vaatimus. Lisäksi aksioomia tulisi olla mahdollisimman vähän, mutta kuitenkin riittävästi, jotta kaikki teoriaan liittyvät mielenkiintoiset kysymykset pystytään ainakin periaatteessa ratkaisemaan aksioomien pohjalta. Pyrkimys niukkuuteen tunnetaan nimellä *Occamin partaveitsi.*

Vanhan opinto-oppaan määritelmä antaa sikälikin väärän mielikuvan, että matematiikka ei tarkoita mekaanista kaavojen johtamista aksioomapohjalta, ei todellakaan. Matematiikan harjoittaminen on mitä suurimmassa määrin luovaa työtä, jossa on rajattomasti vapauksia. Ideointivaiheessa kaikenlainen hulluttelu on tavallista ja suotavaa. Lopputuloksessa, joka voi olla pienimuotoinen käytännön ongelman ratkaisu tai mahtavimmillaan tieteellinen artikkeli, on usein näkyvissä matemaatikon persoonallinen kädenjälki. Ankara loogisuuden vaatimus ei ole sellainen tukahduttava kahle, joksi se helposti kuvitellaan. Jokaisella pelillä on sääntönsä, kakofonia ei ole musiikkia.

Matematiikan ja luonnontieteiden ero

Luonnontieteissä, joita ovat esimerkiksi fysiikka ja biologia, tehdään havaintoja ja rakennetaan niiden pohjalta malleja reaalimaailman ilmiöille. Tyypillisessä fysiikan mallissa ilmiöiden kuvaamiseen käytetään matematiikan kieltä. Teorian lähtökohtana aksioomajärjestelmän tilalla on itse luonto, reaalimaailman suuri tuntematon, jonka olemusta pyritään ymmärtämään. Tämän takia luonnontieteissä ei pystytä todistamaan väitteitä oikeiksi. Sen sijaan väitteen vääräksi todistaminen on luonnontieteen ydintä: jos havainnot osoittavat mallin vääräksi, malli hylätään tai rajoitetaan sen käyttöaluetta. Tavallisin esimerkki on 1600-luvulla syntyneen newtonilaisen maailmankaikkeuden mallin täsmentyminen Einsteinin malliksi 1900-luvun alussa. Newtonin teoriaa ei suinkaan hylätty, vaan vanhan teorian “kauneusvirheiden” herättämien epäilysten ja uusien tarkkojen mittausten kautta ymmärrettiin, että pari sataa vuotta käytössä ollut malli ei toimi, kun ollaan tarpeeksi kaukana ihmisen arkipäiväisestä kokemusmaailmasta. Toisaalta Einsteinin suhteellisuusteoria on tehnyt mahdolliseksi suunnitella laitteita, jotka rikastavat arkikokemusta. Esimerkiksi GPS-paikannin on sellainen laite. Kuitenkin valtaosalle insinööreistä riittää tänään ja varmasti huomennakin klassinen Newtonin teoria. Maailmankuvamme täsmentyy uusien havaintojen kautta, mutta luonnontieteet eivät tarjoa varmuutta siitä, että nykyinen käsitys luonnonilmiöistä ja niiden syistä säilyisi myös tulevaisuudessa.

Matematiikan kieli

Matematiikalle on luonteenomaista täsmällisyys. Ihmisen luonnollinen kieli on liian ylimalkaista ja monitulkintaista matematiikan tarpeisiin. Arkikielestä myös puuttuu matematiikassa tarvittava käsitteistö. Matemaattisten totuuksien ilmaiseminen luonnollisella kielellä johtaa alhaisellakin abstraktiotasolla aivan liian pitkiin sanallisiin selostuksiin. Esimerkiksi toisen asteen yhtälön selittäminen ilman matematiikan käsitteitä ja symbolikieltä tuottaisi sanatulvan, jonka perusteella asian ymmärtäminen olisi hankalaa. Vielä vaikeampaa olisi selittää, miten yhtälö ratkaistaan.

Suurelle yleisölle tarkoitetussa matematiikan saavutuksia esittelevässä kirjallisuudessa pyritään minimoimaan matemaattisten symbolien ja kaavojen lukumäärä. Tämä on ymmärrettävää, mutta samalla lukijalle jätetään paljastamatta matematiikan ydinolemus. Tekstissä esiintyviä kaavoja on tapana jopa pahoitella. Varomaton lukija houkutellaan pedon luokse naamioimalla se lampaaksi. Vääryydellä ja viekkaudella matematiikan ansaan viekoiteltu pieni ihminen saattaa jäädä koukkuun ja kiinnostua aiheesta niin paljon, että joutuu sisäisen pakon sanelemana opettelemaan myös symbolikielen, matematiikan nuotit. Tämä lienee kirjoittajan tavoite, enkä moiti häntä siitä. Myös yhteiskunta kiittää, varsinkin teknologiateollisuus.

Puolanjuutalaisen silmälääkärin Ludovic Lazarus Zamenhofin 1800-luvun loppupuolella kehittämästä esperanton kielestä oli tarkoitus tulla universaali maailmankieli. Erään arvion mukaan maailmassa on suunnilleen New York Cityn väkiluvun (kymmenisen miljoonaa) verran ihmisiä, jotka ovat joskus tutustuneet esperanton alkeisiin. Toisen arvion mukaan yli 600 miljoonaa opiskelijaa on parhaillaan toisen asteen koulutuksessa maapallolla. Ei liene kovin väärin arvattu, että lähes jokainen näistä 600 miljoonasta tutustuu jossain vaiheessa matematiikan kielen alkeisiin. Matematiikka on tosiasiallinen universaali kieli. Matematiikan symbolit kirjoitetaan samalla tavalla länsimaisissa, venäläisissä ja japanilaisissa oppikirjoissa. Matematiikan käsitteet ja teoreemat ovat samat kautta maailman.

Onko matematiikka vaikeaa

Kaiken järjen mukaan matematiikan luulisi olevan helppoa kuin mikä. Matematiikkahan on vain kokoelma itsestäänselvyyksiä organisoituna erilaisiksi rakennelmiksi, teorioiksi. Jos kahden seipään välinen etäisyys on viisitoista metriä ja kumpaankin seipääseen on kiinnitetty pässi viiden metrin narulla, pässit eivät pääse pökkimään toisiaan. Periaatteessa matematiikan totuudet eivät ole tämän kummallisempia: jos tietyt vaatimukset täyttyvät, systeemillä on tiettyjä ominaisuuksia. Matematiikka ei ota kantaa siihen, täyttyvätkö vaatimukset, systeemin oletukset, tarkasteltavassa reaalimaailman tilanteessa. Oletusten voimassaolon pohdinta on matematiikan soveltajan, esimerkiksi fyysikon, insinöörin tai lammasfarmarin, tehtävä. Pässiteoreeman matemaattinen yleistys, teoreeman abstrakti vastine, voidaan todistaa yleisissä metrisissä avaruuksissa niin sanotun kolmioepäyhtälön avulla.

Ihmisen aivoja ei ilmeisestikään ole luotu loogista ajattelua varten, ja itsestäänselvyydet ne vasta vaikeita ovatkin, myös ja varsinkin minulle. Kuuluisan sanonnan mukaan matematiikkaan ei ole kuningastietä. Matematiikan oppiminen vaatii vuosikausien määrätietoista työskentelyä samaan tapaan kuin pianonsoiton oppiminen tai kehonrakennus. Tavallinen ihminen ymmärtää heti soiton alkaessa, milloin pianon ääressä istuu taitava pianisti, ja osaa ihailla hänen taidokkuuttaan. Kehonrakentajan vartalo näyttää komealta ja tavoittelemisen arvoiselta taviksenkin silmissä. Entäpä sitten matemaatikko, millaisena hänen osaamisensa näyttäytyy kadunmiehelle tai -naiselle? Matemaatikko osaa piirtää hieroglyfejä taululle, heilutella käsiään ja puhua käsittämättömiä. Pitkän matematiikan valinnut lukiolainen ja kansainvälistä arvostusta nauttiva matematiikan tutkija, lukiolaista suunnattomasti oppineempi matemaatikko, elehtivät ja höpisevät samalla tavalla. Edellisen piirtämät hieroglyfit ovat ehkä aavistuksen verran selväpiirteisempiä, siinä merkittävin ero.

On oikeastaan kummallista, miksi joissakin ihmisissä syntyy halu oppia matematiikkaa. Matematiikan saavutusten arvon ymmärtäminen edellyttää matematiikan perusteiden hallintaa, mutta kukaan ei ole seppä syntyessään. Minkä takia nuori ihminen suostuu vuosikausia jatkuvaan kovaan työhön, jonka lopputuloksena on taito piirrellä koukeroita ja mutista omituisia kädet viuhtoen? Mikä saa ihmistaimen ajattelemaan “tuollaiseksi minäkin haluan”? Ehkä äiti, isoisä tai opettaja on saanut vakuutettua nuorelle, että matematiikka tuottaa huvia myös matemaatikolle itselleen eikä pelkästään stand up tai hand-waving -komiikan ystäville yleisön joukossa, ja lisäksi matematiikan opiskelusta saattaa olla ihan asiallista hyötyäkin.

Matematiikan osaajaksi tuleminen on siis työlästä, mutta niin on monen muunkin asian opettelu. Kokemukseni mukaan matematiikka on vaikeudestaan huolimatta paljon helpompaa kuin esimerkiksi kasvatustiede. Jälkimmäisen malleja ja viitekehyksiä en ole ikinä ymmärtänyt, vaikka olen kovasti yrittänyt. Osaamattomuuteni luultavasti kuultaa läpi tästäkin kirjoituksesta.

Matematiikan vaikeus lienee juuri siinä, että ilman selvää näyttöä ponnistelun hyödyllisyydestä tai kokemusta ongelmanratkaisun tuottamasta ilosta on todella rankkaa ellei mahdotonta ryhtyä keskittymistä vaativaan opiskeluun. Mielestäni matematiikan hyödyllisyyttä esimerkiksi sovellusten kautta on korostettu liikaa motivaation lähteenä. Luulenpa motivaation kumpuavan enemmän oppimisen, oivaltamisen ja onnistumisen kokemusten tuomasta riemusta. Ehkä liikkeelle kannattaa lähteä hyvin pienin askelin. Mielenkiinnon herättyä opiskelija saattaa vaivihkaa ajautua keskittyneeseen flow-tilaan [12], jossa ajantaju katoaa, ja yllättävän suuri määrä työtä tulee tehdyksi ikään kuin huomaamatta. Peliharrastajille flow on tuttu kokemus.

Tarvitaanko matematiikkaa

Tutkimus, tuotekehitys, kauppa, pankkitoiminta, liikenne, viestintä ja yleensä kaikki nykyiset järkeen ja tietoon perustuvat, ihmiskunnan hyvinvointia ylläpitävät ja lisäävät aktiviteetit ovat tulleet mahdollisiksi vain sen takia, että ihmisyhteisöillä on ollut käytössään matematiikan osaajia; ei pelkästään matemaatikoita, vaan matematiikkaa osaavia tutkijoita, insinöörejä, yhteiskuntatieteilijöitä, talouden asiantuntijoita, opettajia ja muita matemaattisesti sivistyneitä henkilöitä. Valitettavasti matematiikka on tehnyt mahdolliseksi myös ilmaston pilaantumisen ja nykyaikaisen sodankäynnin, mikä ei liene kovin edistyksellistä. Olisi kuitenkin aika hassua syyttää matematiikkaa tai matemaatikoita teknologian väärinkäytöstä.

Ihmiskunta, kansakunnat, yritykset ja muut yhteisöt siis tarvitsevat matematiikkaa. Entäpä yksilöt? On tosiasia, että Pisa-testien tuloksilla vuonna 2006 ylpeilleessä Suomessa on pilvin pimein aikuisia ihmisiä, joille kertotaulu tai prosenttilaskut ovat yhtä vaativia kuin spagaatti tai spiraali valtaosalle kansalaisista. Näissä voimisteluliikkeissähän suorat jalat laitetaan 180° kulmaan toisiinsa nähden. Oma spagaattini jää noin 120° vajaaksi. Yritin parantaa suoritustani muutamalla asteella. Siksi tässä kirjoittelenkin, kun en mitään fyysisempää pysty vähään aikaan tekemään. Toisaalta osaan kertotaulun ja tiedän, että jos tuotteen hintaa ensin nostetaan 50 % ja sen jälkeen lasketaan 50 %, tuote on lopulta 25 % alkuperäistä halvempi. Osalla prosenttilaskuja osaamattomista kansalaisista menee oikein hyvin, onpa eräs heistä kohonnut Suomen pääministeriksikin. Voidaanko tästä tehdä johtopäätös, että yksilöt eivät tarvitse matematiikkaa? Kyllä vaan.

Matematiikan osaaminen ei ole välttämätön, eikä valitettavasti riittäväkään, edellytys yhteiskunnassa pärjäämiselle. Opiskelijan kannalta matematiikka on mahdollistaja, ovien avaaja samoin kuin kielitaitokin, johon laajasti ymmärrettynä voidaan lukea ohjelmointikieltenkin hallinta. Matematiikan osaajalla on paljon moninaisemmat mahdollisuudet sijoittua työmarkkinoille kuin matematiikan opiskelun laiminlyöneellä toverillaan. Alan opinnoista on hyötyä myös sellaisissa tehtävissä, joissa matematiikan abstraktia työkalupakkia ei varsinaisesti tarvita, sillä matematiikan opiskelu kehittää käsitteellistä ajattelua, syiden ja seurausten ymmärtämistä ja yleisemmin päättelykykyä, suhteiden tajua, geometrista hahmottamista, ongelmanratkaisutaitoja, keskittymiskykyä, sinnikkyyttä ja "rohkeutta tarttua vaativiinkin tehtäviin ennakkoluulottomasti", jota niin monessa työpaikkailmoituksessa toivotaan hakijalta. Työurallaan menestynyt ihminen ei välttämättä tiedosta, että hänen kyvykkyytensä on peräisin ahkeroinnista matikan läksyjen parissa.

Matematiikan taitajaa on hyvin hankalaa ellei mahdotonta huijata esimerkiksi tilastoilla tai prosenteilla. Hän osaa arvioida lainanottoon tai rahastosäästämiseen liittyvät riskit, kulut ja tuotot. Asuntokaupoilla matematiikkaosaaja tajuaa kauppahinnan ja velattoman hinnan eron. Asunto-osakeyhtiön tilinpäätöksen analysointi ei ole hänelle ylivoimainen tehtävä. Hänellä on edellytykset vertailla oman tontin ja toisaalta vuokratontin vaikutusta myyntihintaan, vastikkeisiin ja vastikkeiden tulevaan kehitykseen.

Voidaanko matematiikkaa ymmärtää

Fyysikko Richard Feynmanin mielestä kvanttimekaniikkaa on mahdotonta ymmärtää. Matemaatikko John von Neumann on sanonut samaa matematiikasta. Nämä jo edesmenneet tiedemiehet ovat niin ansioituneita oman alansa (ellei muidenkin alojen) asiantuntijoita ja kehittäjiä, että heidän näkemyksiään on uskaliasta kyseenalaistaa. Luultavasti herrojen lausahduksissa on mukana ripaus huumoriakin.

Mitä ymmärtämisellä tai erityisesti matematiikan ymmärtämisellä tarkoitetaan? Ymmärryksen eri komponentteja on esitelty Wikipedian sivulla [17]. Mielestäni oleellisia kysymyksiä ovat *miten* ja *miksi*. Edelliseen vastaaminen vaatii tietoa, jälkimmäiseen vastaaminen ymmärtämistä. Lisäksi tieto on edellytys ymmärtämiselle. Opiskelijat usein vetoavat internetiin tiedon lähteenä, ulkoisena muistina, jolloin heidän itsensä ei tarvitse muistaa juuri mitään. Puheentunnistukseen kykenevän Google-kääntäjän kanssa voidaan matkustaa moneen paikkaan maailmassa ja kommunikoida paikallisen väestön kanssa kieltä osaamatta. Kyllä se varmaan auttavasti onnistuukin, mutta tuollainen keskustelu on hyvin hankalaa ja rajoittunutta. Sujuvaan keskusteluun tarvitaan sujuvaa kielen hallintaa ja kohtalaista sanavarastoa omassa päässä. Samalla tavoin kertotaulun muistaminen ja kyky suorittaa yksinkertaisia päässälaskutoimituksia sujuvoittaa vaikkapa laina- tai hintaneuvotteluita varsinkin, jos ja kun on kiire.

Asioiden oppimisen ja ymmärtämisen kannalta muistamisella on eräs vähälle huomiolle jäänyt, mutta sitäkin merkittävämpi etu: tärkeät oivallukset tulevat usein odottamattomissa tilanteissa, esimerkiksi bussipysäkillä seistessä tai autoa ajaessa. Taustatietojen muistaminen on edellytys tällaisten hedelmällisten päähänpälkähtämisten synnylle.

Tiedon ja ymmärryksen raja on häilyvä. Jos autotekniikan opiskelija osaa kuvailla, miten polttomoottori toimii, tätä pidetään jo moottorin toiminnan ymmärtämisenä. Toisinaan opiskelija opettelee tenttiä varten jonkin laskun välivaiheet ulkoa ymmärtämättä itse laskua: hän ei kykene selittämään, mihin yleiseen periaatteeseen kukin välivaihe perustuu. Matematiikan lauseiden todistuksia lukiessa pelkkä välivaiheiden laillisuuden verifiointikaan ei takaa ymmärrystä päättelyn ideasta tai juonesta. Sen olen itseopiskelun yhteydessä monta kertaa omakohtaisesti huomannut kahlatessani läpi itselleni ennestään tuntematonta lauseen todistusta. Jos opiskelija pystyy omasta päästään keksimään väitteelle pätevän todistuksen, hän ymmärtää ainakin sen, miten todistettava tulos on väistämätön seuraus aikaisemmin todistetuista tosiasioista. Tämä ei kuitenkaan ole riittävä osoitus niiden aikaisempien tulosten ymmärtämisestä.

En katso ymmärtäväni matemaattista määritelmää, lausetta tai esimerkkiä ennen kuin saan rakennettua tilanteesta toimivan ja tarpeeksi yksityiskohtaisen geometrisen tai muuten visuaalisen mielikuvan. Kuullessaan tämän eräs minua ansioituneempi matemaatikko sanoi kerran, että olen ajattelussani turhan rajoittunut. Keskustelimme tuolloin *Hilbertin kuutiosta* [13], josta on käytetty myös havainnollisempaa nimitystä *Hilbertin tiili*. Se on suorakulmaisen särmiön ääretönulotteinen vastine, jota voidaan käännellä "kyljeltä toiselle" niin, että tiilen korkeus koko ajan vähenee lähestyen raja-arvonaan nollaa. Tavallista kolmiulotteista tiiltäkin voidaan kääntää kaksi kertaa särmän ympäri tavalla, jossa tiilen korkeus pienenee kummallakin kerralla. Tempun voi tehdä myös tulitikkuaskilla pöydällä. Ehkä kollega tarkoitti sitä, että geometriset mielikuvat rajoittuvat pakosti kolmeen dimensioon. Useampiulotteisista kappaleista luodut visualisoinnit ovat vain projektioita, varjoja. Siirtyminen kolmesta ulottuvuudesta useampaan ulottuvuuteen tehdään algebrallisesti, lisäämällä kolmiulotteisen avaruuden lausekkeisiin koordinaatteja ilmeisellä tavalla. Esimerkiksi Pythagoraan lauseesta kumpuava kahden pisteen välisen etäisyyden kaava on tällainen lauseke.

Matemaattisen lauseen todistuksen idea valkenee minulle usein vasta sitten, kun rakennan päähäni havainnollisen esimerkin, jossa lauseen oletukset ovat voimassa, ja voin seurata päättelyn kulkua esimerkkitapauksessa vaihe vaiheelta. Täydennän ymmärtämystäni lisäesimerkeillä, joissa jokin oletuksista ei ole voimassa, ja katsomalla, missä todistuksen kohdassa tulee seinä vastaan. Hyvät matematiikanopettajat kautta aikain ovat piirrelleet havainnollisia kuvia ja tarjonneet opiskelijoille valmiita esimerkkejä. Nykyään havainnollistaminen on helpottunut huomattavasti kehittyneen digitaalitekniikan ansiosta.

Digitalisaatiosta

Katselin kevään 2023 matematiikan ylioppilaskokeita Ylen sivuilta [18]. Samalla muistelin, kuinka takavuosina laadin Moodleen matematiikan STACK-tehtäviä. Joskus minusta tuntuu siltä, että liiallisen digitalisaatioinnostuksen takia teknologisesta kikkailusta on tullut itsetarkoitus: erinomaisesta rengistä on tullut kelvoton isäntä, matematiikkaa opetetaan digitaalisuuden ehdoilla. Opettaminen ja tavallaan oppiminenkin pyritään ulkoistamaan tietokoneille. Kuitenkaan niillä ei ole edes pintapuolista saati syvällistä ymmärrystä asioista. Tekoäly pystyy luomaan erilaisia variaatioita ja kombinaatioita vanhoista ideoista, mutta mitään oleellisesti uutta se ei pysty saamaan aikaan. Tai jos pystyy, määrittelen *oleellisesti uuden* uudelleen *sellaiseksi, mihin tekoäly ei pysty.*

Kysykääpä ChatGPT:ltä, miten gravitaatio ja muut vuorovaikutukset saadaan saman sateenvarjon alle.

Matemaattista performanssitaidetta

Vauva.fi -keskustelupalstalla pohditaan työpaikkojen stereotyyppisiä hahmoja:

“Show-persoona — se, joka pamahtaa paikalle kun yleinen ilmapiiri on jäinen, avaa suunsa ja heittää sellaisen vitsin, että kaikki alkavat nauraa, rentoutuvat silminnähden ja oppivat taas puhumaan. Ja mitä rennompi ilmapiiri, sitä villimmiksi tämän show-persoonan jutut menevät. Häntä ei jännitä alkaa spontaanisti vaikka tanssia kollegoidensa edessä.”

Tehtävä: Lue sitaatti uudelleen korvaamalla yhdyssana *show-persoona* sanalla *matemaatikko.* Kuulostaako tutulta? Tuleeko mieleesi oma matematiikanopettajasi?

Visa Saarisen [5] tai Samuli Siltasen [8] oppilaat varmaan vastaavat kyllä. Saarinen, Siltanen ja muut sometaitoiset showpersoonat ovat tosissaan panneet hihat heilumaan tehdäkseen vastenmielisestä haluttavaa. Saarisen mukaan “palkitsevinta on saada omalla sisällöllään huijattua porukka oppimaan jotain, mitä heitä ei muuten kiinnostaisi seurata” [7]. Yhteiskunta tarvitsee matematiikan osaajia, joten kaikki keinot ovat sallittuja. Vanhakantainen matematiikanopettaja hieman huvittuneena seuraa sivusta. Showmeininki muistuttaa niitä kommervenkkeja, joilla lapsi houkutellaan syömään tai kissa ottamaan matolääkkeensä.

Oma suosikkini on kuivakkaan monotonisella äänellä luennoiva, harmaaseen liitutauluun sulautuva tweedtakkimies, joka vuosikausia jatkuneen opetustyön hiomalla rutiinilla kertoo totuuden kulloinkin käsiteltävästä aiheesta “siitä mitään salaamatta tai siihen mitään lisäämättä taikka sitä muuttamatta” — paitsi, että tarkkaan harkitulla hetkellä, samalla monotonisella nuotilla, silloin, kun kuulija sitä vähiten odottaa, mies tipauttaa suupielestään tuskin havaittavan, rutikuivan vitsin. Jos luennoitsija on taitava, tuon hetken rekisteröinti ei suinkaan ole vähäisimpiä luennon tarjoamista haasteista. Kliimaksin hoksaaminen on palkitsevaa.

Pahoittelut

Pahoittelen sitä, että artikkelissani ei ole näkyvillä ainuttakaan matemaattista kaavaa. Pidettäköön tätä kertaluontoisena hairahduksena.

Viitteet

[1] Koistinen, Ari: *Joukkojen mahtavuudesta.* `https://matematiikkalehtisolmu.fi/2005/3/jouma.pdf`

[2] Kulmala, Katja & Vesalainen, Esa V.: *Riemannin ζ-funktio.* `https://matematiikkalehtisolmu.fi/2015/1/riemann.pdf`

[3] Laaksonen, Antti: *Collatzin konjektuuri ja algoritmien analysointi.* `https://matematiikkalehtisolmu.fi/2017/2/collatz.pdf`

[4] Näätänen, Marjatta & Lehtinen, Matti: *Matematiikasta ja sen menetelmistä.* `https://matematiikkalehtisolmu.fi/2002/1/matmenet/`

[5] Saarinen, Visa: *Tietovisa.* `https://www.tiktok.com/@tietovisa/`

[6] Saarnio, Uuno: *Mitä tiedämme äärettömästä.* WSOY, 1969.

[7] Sandell, Ellinoora: *Visa Saarinen “huijaa” nuoria saamaan parempia arvosanoja: Näin menetelmä toimii.* Helsingin Sanomat, 26.8.2023. `https://www.hs.fi/kotimaa/turku/art-2000009774748.html`

[8] Siltanen, Samuli: *Samun tiedekanava.* `https://www.youtube.com/c/Samuntiedekanava`

[9] Wikipedia: *Collatz conjecture.* `https://en.wikipedia.org/wiki/Collatz_conjecture`

[10] Wikipedia: *Continuum hypothesis.* `https://en.wikipedia.org/wiki/Continuum_hypothesis`

[11] Wikipedia: *Fermat’s Last Theorem.* `https://en.wikipedia.org/wiki/Fermat%27s_Last_Theorem`

[12] Wikipedia: *Flow.*
https://fi.wikipedia.org/wiki/Flow

[13] Wikipedia: *Hilbert cube.*
https://en.wikipedia.org/wiki/Hilbert_cube

[14] Wikipedia: *Mathematics.*
https://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics

[15] Wikipedia: *Pólya conjecture.*
https://en.m.wikipedia.org/wiki/P%C3%B3lya_conjecture

[16] Wikipedia: *Riemann hypothesis.*
https://en.wikipedia.org/wiki/Riemann_hypothesis

[17] Wikipedia: *Ymmärrys.*
https://fi.wikipedia.org/wiki/Ymm%C3%A4rrys

[18] Yle: *Abitreenit. Matematiikka, pitkä ja lyhyt oppimäärä.*
https://yle.fi/aihe/abitreenit/matematiikka