

Symboliset laskimet tulevat – ollaanko valmiita?

Esa Lappi ja Merikki Lappi
Päivölän Kansanopisto

Symbolisen laskennan käyttöön saaminen ylioppilastutkinnossa johtaa vääjäämättömästi kyseisen toiminnon sisältävien laskinten käyttöön myös opetuksessa. Tämä asettaa opettajat ja oppimateriaalit uuden tilanteen eteen. Rakenteiden oppimisen ja opetuksen keinot ja lähestymistavat tulevat murrokseen kahdella tavalla: mekaaniseen harjoittelun kautta ei ole mielekästä lähestyä matematiikan rakennetta, ja toisaalta symbolisen laskennan kautta rakenteen oppimiseen voi vapautua energiaa, kun suorituksen mekaaniset yksityiskohdat eivät kuormita oppilaan työmuistia. Samalla kuitenkin aiemmin mielekkäät tehtävät, joilla harjoiteltiin sekä algoritmien että mekaanisen sievennyksen taitoja, muuttuvat melko vähän motivoiviksi, kun saman ratkaisun saa suoraan aparaatista parilla näppäyksellä.

Tässä piilee muutamia merkittäviä sudenkuoppia: kuinka suuressa määrin siirrytään oppimaan jonkin tietyn ohjelmiston tai laskimen toimintalogiikkaa ja näppäinsarjoja itse matematiikan sijasta. Numeeriset laskimet murtolukutoimintoineen eivät poistaneet tarvetta oppia murtolukujen laskusääntöjä, koska esimerkiksi rationaalilausekkeiden käsittelyn oppiminen pohjautuu lukujen avulla opittuihin rakenteisiin.

Lukiolain 2§ mukaan lukion tavoite on valmistaa opiskelijat jatko-opintoihin. Taitava näppäilyosaaminen ilman rakenteiden ja algoritmien hallintaa ei kuitenkaan välttämättä tarjoa tietä onnistuneisiin jatko-opintoihin. Jatko-opinnot voidaan rakentaa vain kunkin oppijan päässä jo olevien rakenteiden ja toimintatapojen varaan. Tämän voi sanoa myös toisin: jos teknisesti hyvältä näyttävä osaaminen on taulukosta luettavan kaavan ja näppäilysarjan takana ilman että ne ovat opiskelijalla mieleenpalautus- tai edes tunnistustasolla, ei näitä voi käyttää sinä tuttuuna pohjana, jonka varaan yliopisto-opinnot rakennetaan.

Tekniset välineet ovat aiheuttaneet matematiikkaan uudistustarpeen, joka ei vielä näy kouluopetuksessa. Olen itse matematiikan soveltajana tutustunut tutka-algoritmiin, jossa numeerinen laskenta antoi väärän tuloksen, koska toisen asteen yhtälön ratkaisu oli kirjattu ohjelmakoodiin niin kuin se koulussa opetetaan. Toisen asteen yhtälö onkin hyvä esimerkkitapaus. Ilman ihmeempää harjoittelua symbolinen laskentaohjelma johtaa ratkaisukaavan ja näyttääpä vielä välivaiheetkin. Kaavan sievennystaito alkaa näppärästä laskimenkäyttäjältä tuntua turhalta, mutta asia ei ole näin yksinkertainen. Tunnetusti kahden likimain yhtä suuren suureen vähennyslasku johtaa numeerisessa algoritmista tarkkuuden menettämiseen ja

pahimmillaan väärään tulokseen. Siten perinteinen $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ on numeerisesti

huono: jos $4ac \ll b^2$, toinen juuri saadaan väärin. Pienellä sievennyksellä ja/tai algoritmin muotoilulla tämä voidaan välttää, mutta enpä ole vielä nähnyt laskimissa toimintoa ”poista tarkkuutta vähentävät vähennyslaskut”. Laskimelle

synninpäästöä ei anna se, että oikein laskevaa kaavaa ei lukion toisen kurssin oppikirjastakaan löydä.

Tämä osoittaa tuplasti opetuksen vanhentumista verrattuna nykytekniikkaan: motivoivaa ja ajankohtaista liukuluvuilla laskevien ohjelmoitavien laitteiden edellyttämää sievennystä ei yleisesti käytetä esimerkkitehtävinä, ja oppilaat opiskelevat kritiikittömästi laskennallisesti huonon ratkaisukaavan, joka nykyisin saadaan suoraan symbolisesta laskentavälineestä. Kuitenkin ratkaisualgoritmin johtaminen opettaa matemaattisen tiedon luontiprosessia, jota näppäilyserieja ei opeta. Siis sekä lausekkeen sievennystaito että kyky kirjoittaa lausekkeet eri muotoihin ovat edelleen tarvittavia taitoja.

Kun symbolinen laskenta tulee ylioppilastutkintoon, tulossa on lisää haasteita. Ensimmäiseksi herää kysymys, millainen laskin on kirjoituksissa sallittu? Onko laskin mikä tahansa päätelaite, jossa on laskentaohjelmisto? Mitä tarkoittaa laskimen muistin tyhjentäminen? Tämä on hieman epämääräinen ilmaisu, koska nykyään laitteita on mahdollista päivittää ja niihin voidaan hakea verkosta maksullisia ja maksuttomia lisäosia. Siten tammikuussa 2014 ”tehdasasetuksilla” ostettu laskin voi olla sama kuin vuoden 2011 kesäkuun laskin päivitettyinä. Ovatko nämä molemmat sallittuja? Ja jos ovat, miten päivitysten hallinta ja laskinten tarkastus tehdään? Missä vaiheessa käyttöliittymän sisältämä päätelaite on laskin, mitkä ovat sallitut laskentavälineet ja niiden ohjelmistot? Onko laskimen määritelmä: matemaattisen ohjelmiston sisältävä laite, jota laitevalmistaja kutsuu laskimeksi? Saman valmiuden saa tällä hetkellä ilmaiseksi älypuhelimeseen. Tämä vaihtoehto on toki ilmeisen sopimaton tutkintokäyttöön, jos sim-kortti on puhelimesta, mutta entä ilman sitä? Tarvitaanko sitten uusin ja hienoin apuväline? On sanottu, että tehtävät laaditaan niin, että a) koe ei merkittävästi muutu, b) symbolinen laskin ei ole välttämätön. Jos kohta a) on edes kutakuinkin voimassa, symbolisesta laskimesta on merkittävää hyötyä erityisesti pienten sievennysvirheiden poistamisessa. Ylioppilastutkinto on kilpailu, jonka pääpalkintona on jatko-opiskelupaikka haaveillulla alalla. Sinne ilman asianmukaisia eli uusimpia tai parhaita apuvälineitä meneminen on kuin lähtisi vanhoilla puusuksilla hiihdon MM-kisoihin.

Ylioppilaskokeen tehtävien laadinta tulee myös olemaan haastavaa, kun opetus-kulttuuri ja oppikirjat ovat vielä ajassa ilman symbolista laskentaa, mutta tehtävät pitää laatia siten, että ne mittaavat jatko-opintovalmiuksia eivätkä näppäilyseriejojen hallintaa.

Lukion opetussuunnitelman perusteiden mukaan matematiikan opetuksessa pitää oppia käyttämään teknisiä apuvälineitä. Nyt tämä alkaa näkyä ylioppilaskokeessa myös 15 vuotta laskimissa olleen symbolisen laskennan osalta ja se pakottaa oppimateriaalit, harjoitustehtävät ja opetustavat uuteen harkintaan. Olisi syytä pohtia kokonaisuutena, mitä valmiuksia tarvitaan jatko-opinnoissa, ja rakentaa uudet mielekkäät kokonaisuudet tältä pohjalta.