Kaunis kirja mittaamisesta ja vähän muustakin

Matti Lehtinen
Helsingin yliopisto

Andrew Robinson: Mittaamisen historia. Suomentanut Veli-Pekka Ketola. Multikustannus 2008. 224 s. Ohjehinta 43 e.

Mittaaminen ja matematiikka kohtaavat usein. Mittaamisen perusongelma: monenko mittayksikön kokoinen mitattava kohde on, on vaikuttanut moneen matematiikan peruskysymyksenasetteluun. Mitattava ei yleensä ole tasan jonkin mittayksikön kokonaislukumäärän suuruinen, joten tarpeen tulee ottaa käyttöön jokin uusi, pienempi mittayksikkö, alkuperäisen mittayksikön jokin tasaosa. Mikä osa otetaan? Tässä alkaa vaihtelu: on kuudeskymmenesosia, kahdeskymmenesosia, kahdestoistaosia, puolikkaita ja neljäsosia jne. Lukujen ilmaiseminen kymmenjärjestelmässä on tehnyt mittayksikön kymmenesosan suosituksi ja standardoiduksi. Ja kun mittaus pienemmälläkään yksiköllä ei mene tasan, on johdonmukaista ottaa käyttöön alkuperäisen yksikön sadasosat, tuhannesosat jne. Tämän meidän rationaalisen mittajärjestelmämme, metrijärjestelmän, kehittivät pääosin matemaatikot, Lagrange, Laplace, Monge ym., Ranskan vallankumouksen aikana toimineessa mittakomiteassa.

Mutta alkeisgeometria ja alkeellinen jaollisuusoppi näyttävät, että vaikka mittayksikköä pilkotaankin, mittaus ei aina mene tasan. Jos mittayksikkönä on neliön sivu, ei lävistäjälle saada tarkkaa mittaa millään äärellisellä mittayksikön tasaosalla, ei myöskään säännöllisen viisikulmion lävistäjälle, jos mittayksikkönä on viisikulmion sivu. Tämä yhteismitattomuusominaisuus aiheutti noin kaksi ja puoli tuhatta vuotta sitten tilanteen, jota on kutsuttu matematiikan ensimmäiseksi suureksi kriisiksi. Se johti toisaalta siihen, että puhdas geometria tavallaan syrjäytti numeriikan, ja toisaalta ateenalaismatemaatikko Eudoksoksen loistavaan ajatuskonstruktioon, jonka avulla oli täsmällisesti ilmaistavissa se, milloin kaksi suureparia olivat keskenään samassa suhteessa, vaikka suureiden vertaaminen yhteisen mitan avulla olikin mahdotonta. Eudoksoksen teorian moderni vastine on reaaliluku, objekti, jota yleensä ei voi lopullisen tarkasti määrittää, mutta jonka ilmaisu on mahdollista millä hyvänsä tarkkuudella (siis esimerkiksi kirjoittamalla riittävän monta desimaalia).

Jotkin suureet ovat vähemmän primäärisiä kuin toiset. Esimerkiksi pituuden mittaukset saattavat antaa tietoa pinta-aloista tai tilavuuksista. Kolmion, suorakaiteen ja yleensä minkä tahansa monikulmion alan tai monitahokkaan tilavuuden määritystä varten ei tarvitse sovitella esimerkiksi mittayksikköneliötä kuvioon tai mittayksikkökuutiota kappaleeseen, vaan tiettyjen pituuksien mittaaminen ja asianmukaiset laskutoimitukset antavat lopputuloksen. Mutta entä kun kuvion reunat ovatkin käyriä? Mikä on ympyrän tai ellipsin ala, mikä pallon tilavuus? Tästä tullaan matemaattisen analyysin peruskysymyksiin, äärettömiin prosesseihin: mitattava kohde pilkotaan kovin moneen pikku palaan, joiden koko on määritettävissä, ja sitten suoritetaan yhteenlasku. Tarkkaan tulokseen päästään vasta, kun paloja on äärettömän monta ja ne ovat äärettömän pieni?. Täsmälliseksi tämä ajatus tulee vasta, kun otetaan käyttöön raja-arvo.

Mittaaminen tulee vielä uudella ja syvällisemmällä tavalla matematiikkaan, kun mm. pinta-alojen ja tilavuuksien määrittämisessä käytettävää integraalilaskentaa hiotaan. Henri Lebesgue oivalsi runsas 100 vuotta sitten, että funktion f integraalin laskemiseksi paras menetelmä on muodostaa kutakin funktion arvoväliä $\Delta =]y_1, y_2]$ kohden joukko, $f^{-1}(\Delta) = \{x \mid y_1 < f(x) \leq y_2\}$ ja määrittää sen koko $m = m(f^{-1}(\Delta))$, ja lähteä integraalin määritykseen summista, joiden termit ovat muotoa $f(y_2)m$. Nyt tämä joukon koko on oma ongelmansa. Lebesguen integraalikäsitteen ympärille on kasvanut kokonainen suuri matematiikan osa-alue, mittateoria. Sen yksi keskeinen sovellusalue on todennäköisyyslaskenta, epävarmuuden mittaamisen tiede.

Todennäköisyyslaskenta ja mittaaminen kietoutuvat toisiinsa konkreettisemmin mittausten epätarkkuuden teoriassa. On enemmän sääntö kuin poikkeus, että aivan samaa kohdetta aivan samalla tavalla mitattaessa mittaustulokset vaihtelevat. Todennäköisyyslaskenta antaa keinoja sen selvittämiseen, miten todennäköisesti mittaustuloksen oikea arvo on milläkin alueella. Havaintovirheen teorian suurnimi on kuka muu kuin Gauss. Hänen pikkuplaneetta Cereksestä tehtyihin epätarkkoihin havaintoihin perustuvat laskelmansa virheentasoituksineen johtivat hämmästyttävän tarkkaan pikkuplaneetan ratalaskelmaan.

Kirja Mittaamisen historia ei käsittele näitä asioita. Se on runsaasti ja kauniisti kuvitettu katselukirja, ”coffee table book”, jonka parin sivun artikkelit seuraavat toisiaan melkein satunnaisessa järjestyksessä. Muutamissa toki on puhe mittaamisesta, useimmissa kuitenkin erilaisista muuten vain mielenkiintoisista luonnontieteen asioista, aina Linnén eliöluokitussysteemiin asti. Vaikutelma on suunnilleen sama kuin Tiede-lehteä lukiessa. Kirja on kovin sitoutunut tekijän kotimaahan Englantiin, sen kieleen ja omaperäiseen mittajärjestelmään, joka tuntuu kirjoittajan mielestä olevan jollain lailla luonnollisempi kuin ”tieteellinen” metri- tai SI-järjestelmä. Varsin eksoottinen on suomalaiselle lukijalle kirjan loppusivuilla oleva pitkä luettelo englannin kielessä eri yhteyksissä käytettävistä joukkoa ilmaisevista sanoista, ilmiöstä, jonka vastinetta suomessa olisivat vaikkapa sanat (lintu)parvi, (lammas)katras, (susi)lauma, (lehmä)karja, (ihmis)joukko samoin kuin pohdiskelut Intian kartoittajan George Everestin nimen ääntämisestä. Aika marginaalista myös mittaamisen kannalta. Lievästi ärsyynnyin kirjoittajan jokseenkin maneerinomaisesta tekniikasta joka artikkelissa suoraan siteerata jotakin toista kirjoittajaa "NN mainitsee K:ta koskevassa kirjassaan, että..."

Robinson omistaa teoksestaan 14 sivua aiheelle Numerot ja matematiikka. Jakso alkaa hämmästyttävällä toteamuksella, jonka mukaan ”mittaamisesta poiketen määrän laskeminen edellyttää kykyä ajatella abstraktisti”, koska luvun käsite on abstraktio. Mutta kyllä ihan samasta lukumäärän laskemisesta on mittaamisessakin kyse, nyt mittayksikköjen määrästä. Robinson esittelee kahdella sivulla muutamia muinaisia numerojärjestelmiä. Intialais-arabialaiset numeromme tulevat mukaan melkein alaviitteenä, eikä niiden alkuperästä Intian niemimaalla sanota oikeastaan mitään. Nollaa koskeva luku on aika sekava ja koordinaatiston origon rinnastaminen tyhjyyteen menee ainakin minun ymmärrykseni ohi. Geometrialle on omistettu yksi sivu. Siitä suurin osa kuluu Kheopsin pyramidin mittasuhteiden esittelyyn, mutta jotenkin Robinson pystyy kytkemään mukaan Thaleen ensimmäisenä todistamat lauseet, Eukleideen aksioomat ja epäeuklidisen geometrian. Aika saavutus. Kultaiselle leikkaukselle on sitten omistettu kokonainen sivu ja fraktaaleille kaksi. Loppuyhteenvedon otsikossa kysytään: ”Matematiikka: luonnollista vai inhimillistä?” Siinä lainataan Galileita, Einsteinia, Eugene Wigneriä (jonka tunnetun esitelmän ”The Unreasonable Usefulness of Mathematics” ’matematiikan yli ymmärryksen käyvä hyödyllisyys’ suomentaja on kääntänyt muotoon ”matematiikan perusteeton hyödyllisyys”). Kysymykseen – matematiikan platonismin ongelmaan, ei Robinsonilla ole omaa vastausta.

Kirjaa tarkkaan lukiessa ei voi olla ihmettelemättä yhtä ja toista siihen painettua tiedonsirua. SI-järjestelmä ei anna ohjeita lukujen, sellaisten kuin 10^{40} ilmaisemiseen, vaikka siihen mittayksikköjen osien ja monikertojen nimiä sisältyykin (s. 16). Logaritmitaulukot eivät ole vuodelta 1594 vaan 1614 (s. 17; Napier tosin kertoo vuonna 1614 ilmestyneessä kirjassaan saaneensa logaritmi-idean parikymmentä vuotta aikaisemmin). Kronometri ei ole John Harrisonin kädessä sivun 24 kuvassa, vaikka teksti niin väittää. Sivun 26 äärimmäisen karrikoitu maapallokuva ei todellakaan näytä sitä, mitä kuvateksti väittää, siis paikallisista painovoimakentän vaihteluista johtuvaa maapallon geoidin pientä poikkeamista pyörähdyskappalemuodosta. Cahiers de doléances -valituskirjeitä ei lähetetty Ludvig XIV:lle vaan Ludvig XVI:lle (s. 27). Kultaisen leikkauksen määritelmässä ei jaeta suoraa osiin vaan janaa (s. 42), Keplerin lain mukaan Aurinko on planeetan rataellipsin polttopisteessä eikä keskipisteessä (s. 138). Epätarkkuudet panevat epäilemään oikeitakin tietoja, joita toki valtaosa kirjassa esitetyistä on.

Mittaamisen historia on visuaalisesti kaunis ja paljon tietojakin se sisältää, mutta mittaamisen historia se ei oikein ole. Jollain tapaa johdonmukainen mittaamisen ja sen monivaiheisen historian suomenkielinen yleisesitys olisi varsin tervetullut. Toivottavasti sillekin antaisi tukeaan Suomen kirjallisuuden tiedotuskeskus, niin kuin se on nyt esillä olevan teoksen kohdalla tehnyt.