LAUSEKKEET JA NIIDEN MUUNTAMINEN

1 LUKULAUSEKKEITA

Ratkaise seuraava tehtävä: Retkeilijät ajoivat kahden tunnin ajan polkupyörällä maantietä pitkin 16 km/h nopeudella, ja sitten vielä kävelivät metsäpolkua 7 km. Mikä on koko reitin pituus?

Maantietä retkeilijät kulkivat $16 \cdot 2$ km, ja metsäpolkua 7 km. Siis koko reitin pituus on $(16 \cdot 2 + 7)$ km eli 39 km.

Ratkaistaessa tehtävää saatiin lauseke $16 \cdot 2 + 7$. Lausekkeita muodostetaan luvuista laskutoimitusmerkkien ja sulkeiden avulla. Tässä on lisää esimerkkejä lausekkeista:

$$43 : 5; \quad 9,6 - 3 \cdot 1,2; \quad 5 \cdot (7,4 - 6,1).$$

Jos lausekkeessa suoritetaan laskutoimitukset oikeassa suoritusjärjestyksessä, niin saadaan luku, jota sanotaan **lausekkeen arvoksi**.

Lasketaan esimerkiksi lausekkeen $96 - 2 \cdot 6^2$ arvo, Sitä varten suoritetaan ensin potenssiin korotus, sitten kertolasku ja sitten vähennyslasku:

$$1)\ \ 6^2 = 36; \quad 2)\ \ 2 \cdot 36 = 72; \quad 3)\ \ 96 - 72 = 24.$$

Luku 24 on lausekkeen $96 - 2 \cdot 6^2$ arvo.

Yhteenlasku, vähennyslasku ja kertolasku voidaan suorittaa kaikilla luvuilla. Jakaa saa jokaisella luvulla, joka ei ole nolla. Jos lausekkeessa on jakajana nolla, sanotaan, että lauseke **ei ole määritelty**. Esimerkiksi lauseke $35 : (4 \cdot 2 - 8)$ ei ole määritelty, koska $4 \cdot 2 - 8 = 0$, ja nollalla ei voi jakaa.

2 MUUTTUJALAUSEKE

Jos auto kulkee 60 km/h nopeudella, se kulkee 2 tunnissa $60 \cdot 2$ km, 3 tunnissa $60 \cdot 3$ km, 5 tunnissa $60 \cdot 5$ km. Yleisellä tasolla voidaan sanoa, että t tunnissa se kulkee $60t$ km. Lauseke $60t$ antaa mahdollisuuden laskea auton matka eri aikaväleillä. Lausekkeessa olevaa t–kirjainta kutsutaan **muuttujaksi**, ja itse lauseketta – esimerkissämme $60t$ – **muuttujalausekkeeksi**.

Otetaan toinen esimerkki: Olkoot suorakulmion sivujen pituudet a cm ja b cm. Silloin sen pinta-ala on ab cm^2. Lauske ab sisältää kaksi muuttujaa a

ja b. Se esittää miten lasketaan suorakulmion pinta-ala a:n ja b:n eri arvoilla. Esimerkiksi

$$\begin{aligned}&\text{jos}\quad a = 8 \quad \text{ja} \quad b = 11, \text{ niin} \quad ab = 8 \cdot 11 = 88;\\ &\text{jos}\quad a = 25 \quad \text{ja} \quad b = 4, \text{ niin} \quad ab = 25 \cdot 4 = 100.\end{aligned}$$

Jos lausekkeessa jokaisen muuttujan paikalle sijoitetaan sen muuttujan arvo, saadaan lukulauseke. Kun tiedetään laskutoimitukset, saadaan jokin luku. Tätä lukua sanotaan **muuttujalausekkeen arvoksi**, jos muuttujien arvot on määritelty. Niinpä luku 88 on lausekkeen ab arvo, kun $a = 8$ ja $b = 11$, luku 100 on saman lausekkeen arvo, kun $a = 25$ ja $b = 4$.

Katsotaanpa lauseketta $x(x + 1)$. Jokaiselle x:n arvolle voidaan laskea vastaavan lausekkeen arvo. Tässä tapauksessa sanotaan, että **lauseke on määritelty kaikilla muuttujan arvoilla**.

Joitakin lausekkeita ei ole määritelty kaikilla muuttujan arvoilla. Niinpä murtolauseke

$$\frac{2b}{b-3}, \text{ kun } \ b = 3, \text{ ei ole määritelty. Silloin } \ b - 3 = 0, \text{ ja nollalla ei}$$

voi jakaa. Kaikilla muilla b:n arvoilla tämä lauseke on määritelty.

LAUSEKKEIDEN MUUNTAMINEN

1 LASKUTOIMITUKSIEN OMINAISUUKSIA

Palauta mieleesi yhteen- ja kertolaskun ominaisuuksia.

1. Vaihdantalaki: kaikille luvuille a ja b on voimassa,

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a},$$
$$\mathbf{ab} = \mathbf{ba}.$$

2. Liitäntälaki: kaikille luvuille a, b ja c on voimassa,

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}),$$
$$(\mathbf{ab})\mathbf{c} = \mathbf{a}(\mathbf{bc}).$$

3. Osittelulaki: kaikille luvuille a, b ja c on voimassa

$$\mathbf{a}(\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{ab} + \mathbf{ac}.$$

Yhteenlaskun vaihdanta- ja liitäntälaeista seuraa, että **kaikissa summissa voi vaihtaa yhteenlaskettavien paikkoja mihin tahansa järjestykseen ja yhdistää mielivaltaisesti ryhmiin.**

Esimerkiksi summassa $a + b + c + d$, jossa a, b, c ja d ovat mielivaltaisia lukuja, voi yhdistää ensimmäisen ja neljännen yhteenlaskettavan ja toisen ja kolmannen.

$$a + b + c + d = (a + d) + (b + c).$$

Kertolaskun vaihdanta- ja liitäntälaeista seuraa, että **kaikissa tuloissa voi vaihtaa tekijöitä mihin tahansa järjestykseen ja yhdistää mielivaltaisesti ryhmiin.**

Esimerkiksi tulossa $abcd$, jossa a, b, c ja d ovat mielivaltaisia lukuja, voidaan yhdistää ensimmäinen ja kolmas tekijä ja toinen ja neljäs.

$$abcd = (ac) \cdot (bd).$$

Osittelulaki voidaan laajentaa tapaukseen, jossa summassa on kolme tai sitä useampi yhteenlaskettava. Esimerkiksi

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad \quad \text{kaikilla luvuilla} \quad a, b, c \quad \text{ja} \quad d.$$

Tiedämme, että vähennyslaskun voi muuttaa yhteenlaskuksi lisäämällä vähenevään vähentäjän vastaluku: $a - b = a + (-b)$.

Myös tällaisille summille edelliset ominaisuudet ovat voimassa. Esimerkiksi osittelulakia käyttäen lauseke $a(b - c + d)$ voidaan muuttaa muotoon

$$a(b - c + d) = ab - ac + ad.$$

Katsotaan esimerkkejä.

Esimerkki 1. Lasketaan lausekkeen $3,27 - 6{,}5 - 2{,}5 + 1{,}73$ arvo. Tämä lauseke voidaan muuntaa lukujen 3,27, $-6{,}5$, $-2{,}5$ ja 1,73 summaksi. Siis $3{,}27 - 6{,}5 - 2{,}5 + 1{,}73 = (3{,}27 + 1{,}73) + (-6{,}5 - 2{,}5) = 5 - 9 = -4$.

Esimerkki 2. Lasketaan tulon $1{,}25 \cdot 4{,}3 \cdot 8$ arvo.

$$1{,}25 \cdot 4{,}3 \cdot 8 = (1{,}25 \cdot 8) \cdot 4{,}3 = 10 \cdot 4{,}3 = 43.$$

Esimerkki 3. Lasketaan lauseke $5\frac{2}{17} \cdot 17$.

$$5\frac{2}{17} \cdot 17 = \left(5 + \frac{2}{17}\right) \cdot 17 = 5 \cdot 17 + \frac{2}{17} \cdot 17 = 85 + 2 = 87.$$

2 LAUSEKKEIDEN IDENTTISET MUUNTAMISET

Käsittelemme seuraavassa lausekkeita $x(y+7)$ ja $xy+7x$. Lasketaan niiden arvot, kun $x = 9$ ja $y = -2$

$$x(y + 7) = 9 \cdot (-2 + 7) = 45,$$
$$xy + 7x = 9 \cdot (-2) + 7 \cdot 9 = 45.$$

Havaitsimme, että kun $x = 9$ ja $y = -2$, lausekkeiden $x(y + 7)$ ja $xy + 7x$ arvot ovat yhtä suuria. Osittelu- ja vaihdantalaeista seuraa, että näiden lausekkeiden arvot ovat yhtä suuria kaikilla muuttujien arvoilla. Tällaisia lausekkeita sanotaan identtisiksi.

Kahta lauseketta sanotaan identtisiksi, jos niiden arvot ovat yhtä suuria kaikilla muuttujien arvoilla.

Esimerkiksi yhtälöitä ratkaistaessa lasketaan lausekkeiden arvoja, ja lausekkeita vaihdetaan, esim. laskulakeja käyttämällä, identtisiksi lausekkeiksi. Lausekkeiden korvaamista toisella identtisellä lausekkeella sanotaan lausekkeen **identtiseksi muuntamiseksi** tai muuntamiseksi. Lausekkeiden identtinen muuntaminen perustuu siis laskutoimituksien ominaisuuksiin.

Esimerkki 1. Summan $5x + 2x - 3x$ yhteenlaskettavia kutsutaan **termeiksi**. Nämä termit ovat samanmuotoisia, koska niissä on sama kirjainosa. Yhdistetään samanmuotoiset termit summassa $5x + 2x - 3x$.

Samanmuotoisten termien yhdistämiseksi lasketaan kertoimet yhteen ja summa kerrotaan yhteisellä kirjainosalla.

Saadaan

$$5x + 2x - 3x = (5 + 2 - 3)x = 4x.$$

Tämä muuntaminen perustuu kertolaskun osittelulakiin.

Esimerkki 2. Avataan sulkeet lausekkeessa $2a + (b - 3c)$.

Tässä käytetään sulkeiden, joiden edessä on plusmerkki, avaamisen sääntöä: jos sulkeiden edessä on plusmerkki, sulkeet voi jättää pois, ja sulkeissa olevien termien etumerkit säilyvät. Saadaan

$$2a + (b - 3c) = 2a + b - 3c.$$

Tämä muuntaminen perustuu yhteenlaskun liitäntälakiin.

Esimerkki 3. avataan sulkeet lausekkeessa $a - (4b - c)$.

Tässä käytetään sulkeiden, joiden edessä on miinusmerkki, avaamisen sääntöä: jos sulkeiden edessä on miinusmerkki, se ja sulkeet voidaan jättää pois, jos kaikkien sulkeissa olevien termien etumerkit vaihdetaan vastakkaisiksi. Saadaan

$$a - (4b - c) = a - 4b + c.$$

Myös tässä muuntaminen perustuu laskutoimituksien ominaisuuksiin. Kirjoitetaan annettu lauseke summana

$$a - (4b - c) = a + (-1) \cdot (4b - c).$$

Käytetään hyväksi kertolaskun osittelulakia ja yhteenlaskun liitäntälakia

$$a + (-1) \cdot (4b - c) = a + (-4b + c) = a - 4b + c.$$

3 IDENTTISYYDEN TODISTAMINEN

Jos lausekkeesta $5(b - c) - 3c$ poistetaan sulkeet ja sen jälkeen lasketaan samanmuotoiset termit yhteen, saadaan sen kanssa yhtäpitävä eli identtinen lauseke $5b - 8c$.

Yhtäsuuruus

$$5(b-c)-3c=5b-8c$$

on tosi kaikilla muuttujien arvoilla, siis se on identtinen.

Identtiseksi sanotaan sellaista lausekkeiden yhtäsuuruutta, joka on tosi kaikilla muuttujien arvoilla.

Identtisyytenä pidetään myös oikeita lukujen yhtäsuuruuksia.

Tarkastellaan esimerkkejä identtisyydestä:

$$\begin{aligned} a+b &= b+a, \\ a(bc) &= (ab)c, \\ a\cdot 1 &= a, \\ a+(-a) &= 0, \\ a(-b) &= -ab, \\ (-a)(-b) &= ab. \end{aligned}$$

Sen todistamiseksi, että jokin yhtäläisyys on identtisyys, käytetään lausekkeiden identtistä muuntamista.

Esimerkiksi todistetaan identtisyys $7(2+b)-(14-b)=8b$:

Muunnetaan yhtäsuuruusmerkin vasen puoli

$$7(2+b)-(14-b)=14+7b-14+b=8b.$$

Muuntamisen tuloksena saatiin yhtäsuuruusmerkin oikea puoli. Siis tämä yhtäsuuruus on identtisyys.

Joskus identtisyyden todistamiseksi muunnetaan kumpikin puoli.

Esimerkiksi todistetaan identtisyys $d(c-a)+ab=a(b-d)+cd$:

Suoritetaan muuntamiset.

yhtäsuuruusmerkin vasen puoli: $d(c-a)+ab=cd-ad+ab$,

yhtäsuuruusmerkin oikea puoli: $a(b-d)+cd=ab-ad+cd=cd-ad+ab$.

Vasen ja oikea puoli ovat kumpikin identtisiä lausekkeen $cd-ad+ab$ kanssa. Sen takia ne ovat identtisiä myös keskenään. Siis yhtäsuuruus on identtisyys.

Jokainen yhtäsuuruus ei ole identtisyys. Esimerkiksi $x+2=2x$ ei ole identtisyys. Jos tämä yhtäsuuruus olisi identtisyys, se olisi tosi kaikilla x:n arvoilla. Mutta jos esimerkiksi $x=1$, tämä yhtäsuuruus ei ole tosi. Siis se ei ole identtisyys.

KAAVOJA

Jotta voitaisiin ratkaista sanallisia tehtäviä, muodostetaan kaavoja, joiden avulla esitetään muuttujien välisiä riippuvuussuhteita. Seuraavassa on joitakin esimerkkejä.

Esimerkki 1. Olkoon neliön sivun pituus a cm. Silloin sen pinta-ala on a^2 cm^2. Jos merkitään neliön pinta-alaa (neliösenttimetreinä) kirjaimella A, niin saadaan kaava

$$A = a^2.$$

Esimerkki 2. Jokainen parillinen luku m voidaan esittää jonkin kokonaisluvun n ja luvun 2 tulona:

$$m = 2n.$$

Vastaavasti edellisen kaavan antama luku m on parillinen kaikilla kokonaisluvuilla n. Tätä kaavaa sanotaan parillisen luvun kaavaksi.

Esimerkki 3. Jos kappale liikkuu vakionopeudella v m/s, niin se kulkee vt metriä t sekunnin aikana. Jos merkitään kappaleen kulkemaa matkaa (metreinä) s-kirjaimella, saadaan kaava, joka esittää matkan, nopeuden ja ajan välillä olevaa riippuvuussuhdetta:

$$s = vt.$$

Yleensä tehtävän sisällöstä selviää, mitkä muuttujan arvot ovat mahdollisia. Esimerkiksi neliön pinta-alan kaavassa $A = a^2$ muuttujan a arvo voi olla positiivinen, mutta ei voi olla nolla tai negatiivinen luku. Parillisen luvun kaavassa $m = 2n$ muuttujan n arvo voi olla kokonainen luku, mutta ei voi olla murtoluku.

YHDEN MUUTTUJAN YHTÄLÖT

1 YHTÄLÖ JA SEN JUURET

Ratkaistaan seuraava tehtävä: ”Kahdella hyllyllä on yhteensä 40 kirjaa siten, että ylähyllyllä on 3 kertaa niin monta kirjaa kuin alahyllyllä. Kuinka monta kirjaa alahyllyllä on?”

Merkitään alahyllyllä olevien kirjojen määrää x-kirjaimella. Silloin ylähyllyllä olevien kirjojen määrä on $3x$. Tehtävässä annetun ehdon mukaan molemmilla hyllyillä on yhteensä 40 kirjaa. Tämä ehto voidaan kirjoittaa yhtäsuuruutena

$$3x + x = 40.$$

Kirjojen määrän laskemiseksi muodostettiin yhtäsuuruus, joka sisältää muuttujan x. Tällaisia yhtäsuuruuksia kutsutaan **yhtälöiksi**. Muuttujaa yhtälössä sanotaan myös tuntemattomaksi luvuksi tai **tuntemattomaksi**.

Haluamme löytää sellaisen luvun, joka sijoitettuna x:n paikalle yhtälössä $3x + x = 40$ tekee yhtäsuuruuden todeksi. Sellaista lukua sanotaan **yhtälön ratkaisuksi** tai **yhtälön juureksi**.

Yhtäläisyys $3x + x = 40$ on tosi, kun $x = 10$. Luku 10 on yhtälön juuri.

MÄÄRITELMÄ. Yhtälön juureksi sanotaan sitä muuttujan arvoa, jolla yhtälö tulee todeksi.

Yhtälöllä $3x+x = 40$ on yksi juuri. On olemassa myös sellaisia yhtälöitä, joilla on kaksi, kolme tai enemmänkin juuria. Niinpä esimerkiksi yhtälöllä $(x - 4)(x - 5)(x - 6) = 0$ on kolme juurta: 4, 5 ja 6. Mikä tahansa näistä luvuista sijoitettuna muuttaa yhden tulon $(x - 4)(x - 5)(x - 6)$ tekijöistä nollaksi, jolloin siis koko tulokin tulee nollaksi. Kaikilla muilla x:n arvoilla ei mikään tekijöistä tule nollaksi, eikä siis tulokaan tule nollaksi.

Yhtälöllä $x + 2 = x$ ei ole juuria, koska kaikilla x:n arvoilla yhtälön vasen puoli on 2 suurempi kuin oikea puoli.

Yhtälön ratkaiseminen tarkoittaa sitä, että löytää kaikki sen juuret tai todistaa, että niitä ei ole.

Yhtälöllä $x^2 = 4$ on kaksi juurta, luvut 2 ja -2. Kahta yhtälöä sanotaan **yhtäpitäviksi yhtälöiksi**, jos niillä on samat juuret. Yhtälöitä, joilla ei ole juuria, pidetään myös yhtäpitävinä.

Seuraavat yhtälön ominaisuudet pitävät paikkansa:

1) *jos yhtälön kummallekin puolelle lisätään sama luku, saadaan alkuperäisen yhtälön kanssa yhtäpitävä yhtälö*

2) *jos yhtälön kummatkin puolet kerrotaan tai jaetaan samalla nollasta eroavalla luvulla, saadaan alkuperäisen yhtälön kanssa yhtäpitävä yhtälö.*

Käsitellään esimerkiksi yhtälöä $x^2 - 2 = 7$. Lisätään yhtälön molemmille puolille luku 2. Saadaan yhtälö $x^2 = 9$. Sitten todistetaan, että yhtälöt $x^2 - 2 = 7$ ja $x^2 = 9$ ovat yhtäpitäviä.

Oletamme, että jokin x:n arvo on ensimmäisen yhtälön juuri, siis tällä x:n arvolla yhtälö $x^2 - 2 = 7$ on tosi. Kun lisätään yhtälön kummallekin puolelle luku 2, saadaan edelleen tosi yhtäsuuruus. Siis tällä x:n arvolla myös toinen yhtälö on tosi. Me todistimme, että jokainen ensimmäisen yhtälön juuri on toisen yhtälön juuri.

Oletamme, että jokin x:n arvo on toisen yhtälön $x^2 = 9$ juuri. Vähennetään kummaltakin puolelta luku 2 ja saadaan tosi yhtälö. Siis tällä x:n arvolla ensimmäinen yhtälö on tosi. Siis jokainen toisen yhtälön juuri on myös ensimmäisen yhtälön juuri.

Yhtälöillä $x^2 - 2 = 7$ ja $x^2 = 9$ on sama juuri, siis ne ovat yhtäpitäviä.

Näin olemme todenneet, että se, mitä edellä kerrottiin yhtälöiden kahdesta ominaisuudesta, pitää paikkansa.

Voidaan myöskin todistaa, että *jos yhtälössä siirretään termi puolelta toiselle ja samalla vaihdetaan sen etumerkki, saadaan alkuperäisen yhtälön kanssa yhtäpitävä yhtälö.* Jos esimerkiksi siirretään yhtälössä $5x = 2x + 9$ termi $2x$ etumerkkiä vaihtaen oikealta puolelta vasemmalle puolelle, saadaan sen kanssa yhtäpitävä yhtälö $5x - 2x = 9$.

Termien siirtämistä yhtälön puolelta toiselle käytetään, kun ratkaistaan yhtälöitä.

2 YHDEN MUUTTUJAN LINEAARINEN YHTÄLÖ

Jokainen seuraavista kolmesta yhtälöstä $5x = -5$, $-0{,}2x = 0$, $-x = -6{,}5$ on muotoa $ax = b$, jossa a ja b ovat lukuja. Ensimmäisessä yhtälössä $a = 5$, $b = -4$, toisessa $a = -0{,}2$, $b = 0$, kolmannessa $a = -1$, $b = -6{,}5$. Tällaisia yhtälöitä sanotaan **yhden muuttujan lineaarisiksi yhtälöiksi.**

MÄÄRITELMÄ. Yhtälöä $ac = b$, jossa x on muuttuja ja a ja b ovat lukuja, kutsutaan yhden muuttujan lineaariseksi yhtälöksi. Lukua a sanotaan kertoimeksi ja lukua b vakiotermiksi.

Käsitellään ensiksi lineaarista yhtälöä $ax = b$, jossa kerroin a ei ole nolla. Jaetaan yhtälön kumpikin puoli a:lla, saadaan $x = \frac{b}{a}$. Siis lineaarisella yhtälöllä, jossa $a \neq 0$, on vain yksi juuri $\frac{b}{a}$.

Käsitellään seuraavaksi edelleen yhtälöä $ax = b$, mutta nyt kerroin a on nolla. Jos $a = 0$ ja $b \neq 0$, niin yhtälöllä $ax = b$ ei ole juuria. Miksi? Siksi, että yhtäläisyys $0x = b$, jossa $b \neq 0$, ei ole tosi millään x:n arvolla. Jos taas $a = 0$ ja $b = 0$, niin kaikki x:n arvot ovat yhtälön juuria, koska yhtäläisyys $0x = 0$ on tosi kaikilla x:n arvoilla.

Monien yhtälöiden ratkaiseminen voidaan palauttaa lineaaristen yhtälöiden ratkaisemiseksi.

Esimerkki 1. Ratkaistaan yhtälö $4(x + 7) = 3 - x$.
Avataan sulut
$$4x + 28 = 3 - x.$$
Siirretään $-x$ yhtälön vasemmalle puolelle ja 28 oikealle etumerkkejä vaihtaen:
$$4x + x = 3 - 28.$$
Lasketaan samanmuotoiset termit yhteen:
$$5x = -25.$$
Näin on johdonmukaisesti muutettu yhtälö toiseksi yhtäpitäväksi yhtälöksi, ja saatu lineaarinen yhtälö, jossa kerroin on nollasta eroava luku. Seuraavaksi jaetaan yhtälön kumpikin puoli tällä kertoimella:
$$x = -5.$$
Luku -5 on yhtälön $4(x + 7) = 3 - x$ juuri.

Voi käydä myös niin, että yhtälöä ratkaistaessa saadaan lineaarinen yhtälö $0x = b$. Tässä tapauksessa alkuperäisellä yhtälöllä ei ole juuria tai jokainen luku on sen juuri.

Esimerkiksi yhtälö $2x + 5 = 2(x + 6)$ supistuu yhtälöksi $0x = 7$, joten yhtälöllä ei ole juuria. Yhtälö $3(x+2)+x = 6+4x$ supistuu yhtälöksi $0x = 0$. Siis kaikki luvut ovat yhtälön juuria.

SANALLISTEN TEHTÄVIEN RATKAISEMINEN YHTÄLÖIDEN AVULLA

Kun ratkaistaan sanallisia tehtäviä yhtälön avulla, menetellään seuraavalla tavalla: Tuntematon luku merkitään kirjaimella ja muodostetaan yhtälö tehtävän sisältämiä väitteitä ja ehtoja käyttäen. Sitten ratkaistaan yhtälö ja saatu muuttajan arvo tulkitaan sen mukaan, mitä tehtävässä piti ratkaista.

Tehtävä 1. Laatikossa oli omenia 2 kertaa niin paljon kuin korissa. Sen jälkeen kun korista on siirretty 10 omenaa laatikkoon, laatikossa on omenia 5 kertaa niin paljon kuin korissa. Kuinka paljon omenia oli korissa ja paljonko laatikossa?

Ratkaisu. Olkoon korissa ennen siirtoa x omenaa. Silloin laatikossa oli $2x$ omenaa. Sen jälkeen kun 10 omenaa on siirretty korista laatikkoon, korissa on $(x-10)$ omenaa ja laatikossa $(2x+10)$ omenaa. Tehtävän väitteen mukaan laatikossa on nyt omenia 5 kertaa niin paljon kuin korissa. Siis

$$5(x-10) = 2x + 10.$$

Ratkaistaan muodostettu yhtälö

$$\begin{aligned} 5x - 50 &= 2x + 10 \\ 5x - 2x &= 10 + 50 \\ 3x &= 60 \\ x &= 20. \end{aligned}$$

Siis korissa oli 20 omenaa. Koska $2x = 2 \cdot 20 = 40$, niin laatikossa oli 40 omenaa.

Tehtävä 2. Verstaalla päätettiin jakaa 67 sorvattavaa kappaletta kolmen sorvaajan kesken siten, että ensimmäinen sorvaaja saisi 5 kappaletta enemmän kuin toinen ja 7 kappaletta vähemmän kuin kolmas. Kuinka monta kappaletta annetaan ensimmäiselle sorvaajalle?

Jos ensimmäiselle sorvaajalle annetaan x kappaletta, silloin toiselle sorvaajalle annetaan $x-5$ kappaletta ja kolmannelle annetaan $x+7$ kappaletta. Tehtävän väitteen mukaan heidän on käsiteltävä 67 kappletta, siis

$$x + (x-5) + (x+7) = 67.$$

Ratkaistaan yhtälö:

$$\begin{aligned} x + x - 5 + x + 7 &= 67 \\ 3x + 2 &= 67 \\ 3x &= 65 \\ x &= 21\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Tehtävän mukaan x:n arvo ei voi olla murtoluku. Ei ole siis mahdollista jakaa sorvattavia kappaleita suunnitellulla tavalla.

Käännös 6. luokan algebran oppikirjasta, tekijät Makarychev, Yu. N., Mindyuk, N.G., Muravin, K.C, 6. painos. Moskva: Prosveshtshenie, 1975.