

## Algebran lausekkeet. Laskutehtävät

### Potenssien laskusäännöt ja juurenotto

Seuraavat yhtälöt ovat voimassa:

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n, \quad a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}, \quad a^{m \cdot n} = (a^m)^n, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n},$$
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a^0 = 1, \quad a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad a^1 = a, \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \quad a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}.$$

Juurenotossa on erityisesti huomattava, että  $\sqrt{a^2} = |a|$ .

### Binomin neliö ja kuutio

Seuraavat yhtälöt ovat voimassa:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

### Tekijöihin jakaminen

Seuraavat yhtälöt ovat voimassa:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b),$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2),$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2).$$

## Tehtävät

### Algebran lausekkeet

1. Lauseke  $\sqrt{a^2}$  on sama kuin

A) 0;      B)  $a$ ;      C)  $-a$ ;      D)  $\pm a$ ;      E)  $|a|$ .

2. Lauseke  $\frac{4x+1}{16x^2-1}$ , kun  $x \neq \frac{1}{4}$  ja  $x \neq -\frac{1}{4}$ , on sama kuin

A)  $\frac{1}{4x}$ ;      B)  $\frac{1}{4x+1}$ ;      C)  $\frac{1}{4x-1}$ ;      D)  $\frac{1}{2x}$ ;      E)  $\frac{1}{2x+1}$ .

3. Jos  $a, b \in \mathbb{R}$  ja  $a^2 \neq b^2$ , lauseke  $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$  on yhtä suuri kuin

A)  $a-b$ ;      B)  $\frac{a^2 + b^2}{a+b}$ ;      C)  $\frac{a^2 + ab + b^2}{a-b}$ ;      D)  $\frac{a^2 - ab + b^2}{a+b}$ ;      E)  $\frac{a^2 + ab + b^2}{a+b}$ .

4. Jos  $a \neq 0$  ja  $a \neq -1$ , lauseke  $\left(1 + \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}\right) \frac{1}{(a+1)^2}$  on sama kuin

A)  $\frac{1}{a^3}$ ;      B)  $\frac{1}{a^2}$ ;      C)  $\frac{1}{a}$ ;      D) 1;      E)  $a$ .

5. Jos  $a = -0,01$ , lausekkeen  $\frac{a^2 - 2a + 1}{a - 3} \cdot \left( \frac{(a + 2)^2 - a^2}{4a^2 - 4} - \frac{3}{a^2 - a} \right)$  arvo on
- A)  $-99$ ;      B)  $100$ ;      C)  $101$ ;      D)  $0,99$ ;      E)  $1,01$ .
6. Lauseke  $\frac{16x - x^2}{x^2 - 4} + \frac{3 + 2x}{2 - x} - \frac{3 - 2x}{x + 2}$ , ( $x \neq \pm 2$ ) on yhtä suuri kuin lauseke
- A)  $\frac{1}{x + 2}$ ;      B)  $\frac{1}{x - 2}$ ;      C)  $1$ ;      D)  $\frac{-2x^2 + 31x + 2}{x^2 - 4}$ ;      E)  $0$ .
7. Lauseke  $\frac{a^2 - 9}{ab + 3b - a - 3}$ , ( $a \neq -3$ ,  $b \neq 1$ ) on sama kuin lauseke
- A)  $\frac{1}{b - 1}$ ;      B)  $\frac{a - 3}{a - 1}$ ;      C)  $\frac{a + 3}{b - 1}$ ;      D)  $\frac{a + 3}{b + 1}$ ;      E)  $1$ .
8. Jos  $-\pi < x < -1$ , lauseke  $\frac{\sqrt{x(x + 8) + 16} - 4}{\sqrt{x^2}}$  on sama kuin lauseke
- A)  $-\frac{x + 8}{x}$ ;      B)  $\frac{x + 8}{x}$ ;      C)  $-1$ ;      D)  $1$ ;      E)  $\frac{x - 8}{x}$ .
9. Murtoluku  $\frac{a^{2n+1} - a^{2n-1}}{a^{n-1} + a^n}$ , ( $a \neq 0, -1$ ) on yhtä suuri kuin
- A)  $a - 1$ ;      B)  $a(a - 1)$ ;      C)  $a^n(a - 1)$ ;      D)  $\frac{a - 1}{a + 1}$ ;      E)  $a^n \frac{a - 1}{a + 1}$ .
10. Jos  $a \neq \frac{1}{2}$ , niin  $\frac{a + 3}{2a - 1} - \frac{a^2 - 5}{4a^2 - 4a + 1} - \frac{2a^3 + 5a^2 - a - 1}{8a^3 - 12a^2 + 6a - 1}$  on
- A)  $1$ ;      B)  $0$ ;      C)  $\frac{2a + 1}{(2a - 1)^2}$ ;      D)  $\frac{4a + 1}{(2a - 1)^3}$ ;      E)  $\frac{1}{2a - 1}$ .
11. Kun  $x = 6$  ja  $y = 30$ , lausekkeen  $\left( \frac{x^2 + y^2}{xy} - 2 \right) : \left( \frac{x^2 + y^2}{xy} + 2 \right)$  arvo on
- A)  $1$ ;      B)  $\frac{9}{4}$ ;      C)  $-\frac{9}{4}$ ;      D)  $\frac{4}{9}$ ;      E)  $0$ .
12. Jos  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  ja  $|a| \neq |b|$ , lauseke  $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}{\frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3}} : \frac{a^2 b^2}{(a + b)^2 - 3ab} \cdot \frac{ab}{a^2 - b^2}$  on sama kuin
- A)  $-\frac{ab}{a + b}$ ;      B)  $\frac{ab}{a + b}$ ;      C)  $\frac{ab}{(a + b)^2}$ ;      D)  $\frac{a}{(a + b)^2}$ ;      E)  $-\frac{ab}{(a + b)^2}$ .
13. Jos  $a + b = 1$ ,  $a \neq 1$  ja  $b \neq 1$ , niin  $\frac{a}{b^3 - 1} - \frac{b}{a^3 - 1}$  on
- A)  $1$ ;      B)  $0$ ;      C)  $a$ ;      D)  $b$ ;      E)  $\frac{2(b - a)}{a^2 b^2 + 3}$ .

14. Jos  $xyz = 1$ , niin summa  $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$  on  
 A) 0;      B) 1;      C) 2;      D) 3;      E) 4.
15. Jos  $a > b > 0$ , lauseke  $\sqrt{\frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b}} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}}$  on sama kuin  
 A) 1;      B) 0;      C)  $\sqrt{a-b}$ ;      D)  $\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ ;      E)  $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ .
16. Jos  $a, b > 0$ ,  $a \neq b$ , lauseke  $\left(1 + \left(\frac{1}{2}\left(\frac{b}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{2}}\right)^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$  on  
 A)  $\frac{a+b}{a-b}$ ;      B)  $\frac{a-b}{a+b}$ ;      C)  $\frac{b-a}{a+b}$ ;      D)  $\frac{a+b}{b-a}$ ;      E)  $\left|\frac{a+b}{a-b}\right|$ .
17. Summa  $\frac{1}{x^2-x} + \frac{2}{1-x^2} + \frac{1}{x^2+x}$  on  
 A) 1;      B)  $\frac{1}{x}$ ;      C)  $\frac{1}{1-x}$ ;      D)  $\frac{1}{1+x}$ ;      E) 0.
18. Jos  $|y| \neq 1$  ja  $|a| \neq 1$ , lauseke  $\frac{(ay+1)^2 - (y+a)^2}{(1-y^2)(1-a^2)}$  on  
 A) 0;      B) -1;      C) 1;      D) 2;      E) -2.
19. Jos  $a \neq b$ ,  $b \neq c$  ja  $c \neq a$ , lauseke  $\frac{(a-1)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{(b-1)^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{(c-1)^2}{(c-a)(c-b)}$  on yhtä suuri kuin  
 A) 1;      B)  $\frac{1}{(a-b)(b-c)(c-a)}$ ;      C)  $\frac{a+b+c}{(a-b)(b-c)(c-a)}$ ;  
 D)  $-\frac{1}{(a-b)(b-c)(c-a)}$ ;      E) 0.
20. Jos  $a \neq b$ ,  $b \neq -c$  ja  $c \neq -a$ , lauseke  $\frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}$  on  
 A) 1;      B)  $\frac{1}{(a+b)(b+c)(c+a)}$ ;      C)  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$ ;      D) 0;      E) -1.
21. Jos  $a \neq -1$ , lauseke  $\left(6a^2 + 5a - 1 + \frac{a+4}{a+1}\right) : \left(3a - 2 + \frac{3}{a+1}\right)$  on  
 A)  $a+1$ ;      B)  $2a+3$ ;      C)  $\frac{1}{2a+3}$ ;      D) 1;      E) 0.

22. Jos  $ab \neq 0$  ja  $|a| \neq |b|$ , lauseke  $\left(\frac{(a-b)^2}{ab} + 3\right) \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) : \frac{a^3 - b^3}{ab}$  on

- A)  $\frac{a+b}{ab}$ ;    B)  $\frac{ab}{a+b}$ ;    C)  $-\frac{ab}{a+b}$ ;    D)  $-\frac{a+b}{ab}$ ;    E) 0.

23. Jos  $|a| \neq |b|$ , lauseke  $\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b}\right)^2 - \left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right)^2$  on

- A) 1;    B) 2;    C) 3;    D) 4;    E) 5.

24. Jos  $a \neq 0$ ,  $a \neq -1$ ,  $b \neq 0$ ,  $a \neq b$  ja  $ab \neq 1$ , lauseke

$$\left(\frac{\frac{a}{a-b} + \frac{b}{a}}{a - \left(a - \frac{b}{a+1}\right)} : \frac{\frac{a}{b} + \frac{a(1+b^2-b^3)}{b(ab-1)}}{1 - \frac{1}{1-ab}}\right) : \frac{a+1}{a-b}$$

on yhtä suuri kuin

- A) -2;    B) -1;    C) 0;    D) 1;    E) 2.

25. Jos  $ay = bx$ , lausekkeen  $\frac{x^2}{x^2+y^2} + \frac{b^2}{a^2+b^2}$  arvo on

- A) -2;    B) -1;    C) 0;    D) 1;    E) 2.

26. Jos  $a \neq 0$  ja  $a \neq \pm 1$ , lauseke  $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{a^3+1}{a^4-a}\right) : \frac{a+1}{a-a^3} + 1$  on

- A) 0;    B) 1;    C)  $\frac{1}{a^2+a+1}$ ;    D)  $-\frac{1}{a^2+a+1}$ ;    E)  $\frac{2}{a^2+a+1}$ .

27. Jos  $a$  on reaaliluku ja  $|a| \neq 2$ , lauseke  $\left(\frac{a+1}{a^2-4} + \frac{1-a^2}{a^3+8}\right) : \frac{1}{(a-1)^2+3}$  on yhtä suuri kuin

- A)  $\frac{a-2}{a+2}$ ;    B)  $\frac{a+1}{a-2}$ ;    C)  $a$ ;    D) 1;    E)  $\frac{a+1}{(a^3+8)(a^2-2a+4)}$ .

28. Jos  $x \neq 0$  ja  $x \neq y$ , lauseke  $\frac{x^2y^2 - y^4}{x^4} : \left(\left(\frac{x}{y-x}\right)^{-2} - \frac{(x+y)^2 - 4xy}{x^2 - xy}\right)^2$  on sama kuin

- A)  $\frac{x+y}{x-y}$ ;    B)  $\frac{x-y}{x+y}$ ;    C)  $\frac{x-y}{x(x+y)}$ ;    D)  $\frac{x+y}{x(x-y)}$ ;    E) 0.

29. Jos  $a > 0$ ,  $b \geq 0$  ja  $a \neq b$ , lauseke  $\sqrt{ab} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}} : \left(\frac{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}{a-b} \cdot (\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})\right)$  on yhtä suuri kuin

- A)  $\sqrt{ab}$ ;    B) 1;    C) 0;    D)  $\sqrt{ab}(1 - \sqrt{b})$ ;    E)  $1 - b$ .

30. Jos  $x, y > 0$  ja  $x \neq y$ , lauseke  $\left(\frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} + \sqrt{xy}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y}\right)^2$  on yhtä suuri kuin
- A)  $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ ;    B)  $x - y$ ;    C) 1;    D) 0;    E)  $-1$ .

Tehtävät on kääntänyt Mirjana Mirolovic ja kieliasun tarkistanut Juha Ruokolainen.

Kiitämme tehtävien käännös- ja julkaisuluvasta seuraavia:  
professori Miodrag Mateljevic ja tohtori Ivan Anic.