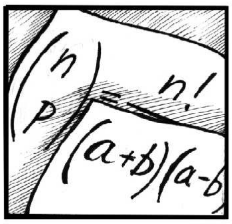

Kaksi askelta taaksepäin

Seppo Visti
Lehtori
Nikkarin lukio, Kerava

Viime vuosien oppimiskäsitys on korostanut tiedon hakemisen osaamista ja asioiden hallitsemista mahdollisimman yleisellä tasolla sen sijaan, että päähän päntätään "nippelitietoa". Nykyään ihmisten ei tarvitse tuntea koivua ja leppää erilleen, kunhan he hallitsevat asian yleisellä tasolla: Suomessa on monia erilaisia puita. Goethea ei tarvitse tietää saksalaiseksi kirjailijaksi. Riittää, kun osaa hakea tietosanakirjasta C:n, G:n tai K:n kohdalta.

Se joka suosittelee laajoja kokonaisuuksia sirpaletiedon sijaan ja ajattelua mekaanisen harjoittelun tilalle saa ymmärtävää hyminää osakseen. Itse odotan kuitenkin hartaasti uutta gurua, joka kertoisi meille, että tieto on maailmalla pieninä palasina kuin leipä Tapsa Rautavaaran vanhassa laulussa. Todellinen suurguru kertoisi, että kaikki tieto on nippelitietoa, josta vasta voi muodostua suurempia kokonaisuuksia.

Matematiikassa uusi ajattelu merkitsi ennen kaikkea ongelmakeskeistä lähestymistapaa, jossa ongelman ratkaiseminen vaatii tietyt matemaattiset rutiinit. Kyseiset laskurutiinit sitten opitaan ikään kuin huomaamatta kaupanpäällisiksi. Vähemmän vaativissakin "ongelmissa" tehtävä muotoillaan mahdollisimman usein johonkin käytännön tilanteeseen sopivaksi sanalliseksi kysymykseksi. Mekaanista harjoittelua vähennettiin oleellisesti ja ainakin lausumattomana toiveena oli, että kaikenlaisten sääntöjen entisenlainen päähän pänttääminen ei ollut samassa määrin tarpeen, koska oppimisprosessi oli nyt sellainen, että sääntö nousi siitä itsestäänselvyytenä ilman erityistä ulkolukua.

Matematiikan osaamistason romahtamiseen (näin voi varmasti sanoa) syitä on ilmeisesti muitakin, mutta olen vakuuttunut, että edellä kuvattu lähestymistapa vie metsään ja yritän selvittää, miksi. Lukiotulokkaista huomattava osa ei osaa laskea murtoluvuilla. Siis esimerkiksi $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ on mitä milloinkin. Näin ei ollut viisitoista vuotta sitten.

Murtoluvut pitäisi opettaa niin, että kaavat toki perustellaan (kerran). Saadut säännöt vaaditaan ulkoa osattavaksi ja sitten lasketaan! Esimerkit eivät ole "käytäntöön liittyviä ja ajattelua opettavia", vaan paljailla luvuilla tapahtuvaa yksinkertaista harjoittelua, jota ei rasita "sanallisuus", ja niitä ehditään käydä läpi suuri määrä, jolloin oppilaat oppivat vähitellen käyttämään osaamiaan laskusääntöjä. Opettaja on tässä harjoittelussa parhaimmillaan: hän tietää tarkasti, mitä on opettamassa, kun taas "ajattelua" opettaessaan hänellä ei ole aavistustakaan, mitä kunkin päässä liikkuu. Ja ennen kaikkea oppilas tietää, mitä häneltä vaaditaan: laventamisen, supistamisen ja kolmen laskusäännön hallinta. Yleinen harhaluulo on, että oppilaat kokevat toistuvan harjoittelun tylsänä. Oman kokemukseni mukaan oppilaat kokevat palkitsevana minkä tahansa laskemisen, joka heiltä sujuu.

Pyrkimys käytännönläheisyyteen on kaksiteräinen miekka: Se näyttää selkeästi, mihin kulloistakin opeteltavaa laskurutiinia voidaan käyttää ja motivoi oppilaita jossain määrin – ei tosin niin paljon kuin opettajat luulevat. ”Pekka kulkee matkasta 1/3 jalan, 1/5 pyörällä ja loput mopolla...” Sana mopo villitsee vähemmän kuin luullaan. Toisaalta esimerkit ovat pakostakin liian yksinkertaisia. Oppilas vilkaisee kirjan pikku tehtävää, laskee samoin ja saa oikean tuloksen ilman, että hän oikeastaan tietää, mitä teki ja miksi. Väitän, että murtolukuja, yhtälöitä, potenssilausekkeita ja mitä tahansa algebrallisia struktuureja pitää harjoitella vaikeammilla lausekkeilla kuin ”käytännön tarve” vaatii. Laskurutiinien hyvä hallinta on nähtävä itseisarvona sen sijaan, että joka käänteessä mietitään, mihin tätä tarvitaan käytännössä.

Yhtälöiden ratkaisun opettamisessa pyritään siihen, että oppilaat eivät pelkästään ratkaise yhtälöitä, vaan tietävät joka hetki mitä tekevät. Päämäärä on kunnioitettava, mutta menetelmä ei toimi: oppilaat tietävät kenties paremmin kuin ennen, miksi temppu tehdään – tehdä he eivät osaa. Jos autokoulussa vaihteiden käyttöä opetettaisiin niin, että ajo-oppilaan pitäisi aina ennen vaihtamista selittää, mitä ”konehuoneessa” tapahtuu, kestäisi autokoulu vuosia.

Nykykäytännön mukaan yhtälöitä ratkaistaessa pyritään yhteys ns. vaakamalliin säilyttämään mahdollisimman pitkään, jotta laskija tietäisi, mitä tekee ja miksi. Tällöin termejä vähennetään ja niitä lisätään yhtälön molemmille puolille sen sijaan, että välittömästi tulkittaisiin toimenpiteiden merkitsevän termien siirtelyä ja etumerkkien vaihtamista tuttuun tapaan. Oppilaiden pitäisi heikoilla algebran taidoillaan pystyä tekemään murtolausekkeet samannimisiksi sen sijaan, että nimittäjät kerrottaisiin pois. Jos kokonaislukujen allekkain kertomisessa oltaisiin yhtä tunnollisia, pidettäisiin tarkkaa kirjaa, milloin kertova kolmonen edustaa ykkösiä, milloin satoja. Asian ymmärtäminen olisi varmaan huippuluokkaa – kertolaskujen tulokset mitä sattuu.

Yhtälöitä pitäisi siis sieventää tehokkaimmilla mahdollisilla tavoilla: kertoa nimittäjät pois, siirrellä merkkiä vaihtaen tuntemattoman sisältävät termit vasemmalle ja vakiot oikealle. Oppilaille kerrotaan, missä järjestyksessä toimenpiteet suoritetaan ja sitten alkaa harjoittelu, jossa mennään niin hankaliin yhtälöihin kuin mahdollista. Miksi luokan heikoimpien pitäisi aina ponnistella kykyjensä äärirajoilla ja parempien loistaa kirjan yksinkertaisia esimerkkejä matkien ilman, että he rasittaisivat itseään juuri lainkaan? Ei kannata murehtia sitä, missä hankalahkoja yhtälöitä tarvitaan – ei ehkä koskaan missään. Joka tapauksessa niiden ratkominen on oiva tapa kehittää oppilaiden vaatimattomia algebran taitoja.

Potenssioppia hallitaan niinikään toivottoman huonosti. Harva oppilas osaa kertoa kuhunkin tilanteeseen liittyvää selkeää sääntöä. Sen sijaan ajatellaan, että oppilaat johtavat (ilmeisesti joka kerta) kaavan $(a^m)^n = a^{mn}$ tiedosta $aaa = a^3$, jonka tyyppinen on ainoa (ja sinänsä arvokas) potenssiopin tieto, joka on jokseenkin kaikkien hallinnassa. Mainittu kaava ja muutkin vastaavat onkin yhtälöstä $aaa = a^3$ yleistettävissä ja se käy lukijoilta vaivatta. Valitettavasti vain useimmat 16-vuotiaat eivät näe yhtälöillä mitään sukulaisuutta. Oikea tapa opettaa asia on perustella kaavat (kuten nytkin) ja vaatia ne ulkoa. Harjoituksissa käytettäisiin runsaasti myös kirjainlausekkeita, jolloin oppilaiden olisi pakko sisäistää kaavat. Asia ei ole helppo, eivätkä läheskään kaikki opi potenssilausekkeita sujuvasti käsittelemään, kuten eivät oppineet ennenkään. Silti muutos nykyiseen olisi melkoinen, jos edes toinen puoli oppisi.

Mikä edellisessä sitten oli uutta? Ei yhtään mikään. Seuraavassa on koottu yhteen se, mitä kaksi askelta taaksepäin voisi merkitä:

1) Opettaja ottaa usein liian kunnianhimoisen tehtävän opettaessaan matemaattista ajattelua ongelmanratkaisun kautta. Menetelmä toimii tilanteissa, joissa tehtävä ratkeaa loogisin pohdinnoin ilman varsinaisia matematiikan taitoja (”Pisatehtävät”!). Sen sijaan on hölmöä idealismia uskoa, että oppilaat oppivat vaikkapa toisen asteen epäyhtälöiden hallinnan, kunhan heille esitetään pari ”ongelmaa” suorakulmion muotoisen vasikkahaan pinta-alasta tietyin ehdoin, jotka johtavat 2. asteen epäyhtälöön. Oppilaalla ei ole valitettavasti harmainta aavistusta siitä, mitä tämän mielenkiintoisen tehtävän oli määrä hänelle opettaa.

   Opetuksessa on otettava nöyrempi asenne ja opetettava laskurutiinien hallintaa aikaisempaa enemmän sen sijaan, että pyrittäisiin suoraan huipulle ja korostettaisiin itse ajattelua ”temppujen” kustannuksella. Ei taidealan oppilaitoksissakaan opeteta ”taiteellisuutta”, vaan erilaisia tekniikoita; korkeintaan voidaan selittää, mitä ei ainakaan kannata tehdä. Käsittääkseni laskurutiinit ovat se kieli, jolla matemaattinen ajattelu tapahtuu. Ei kieltä – ei ajattelua.

2) Oppilaille on alakoulusta alkaen painotettava, että matematiikassa pitää tietyt asiat osata ulkoa. Ennen kaikkea asia pitää tehdä selväksi alakoulun opettajille, jotka kyllä arvostavat matematiikkaa, mutta ovat sen suhteen epävarmoja ja ulkopuolisista auktoriteeteista riippuvaisia.

3) Matematiikan konkretisointia on vähennettävä algebran opetuksessa! Vaatimus tuntuu järjettömältä, mutta kuinka oppilaan kyky abstraktiseen ajatteluun voi nousta, jos sitä ei yritetäkään nostaa? Op-

pilaiden algebrallinen osaaminen on usein pieniin kokonaislukuihin ankkuroitunutta vaistonvaraista toimintaa, joka voi sujuakin kohtalaisesti. Oppilas voi osata sieventää a^3a^4, mutta, jos häneltä kysyy edellisen jatkona lausekkeesta x^px^q, hänellä ei ole aavistustakaan, mitä siinä pitäisi tehdä. Hän osaa kertoa, että yhtälön $2x = 6$ ratkaisu on 3, mutta $ax = b$ ei enää hahmotukaan mitenkään!

4) Oppilaille tulee peruskoulussa opettaa esimerkkinä kaavasta ja sen soveltamisesta joku riittävän hankala esimerkki. Oma suosikkini on $(a + b)^2 = a^2 + 2ab+b^2$. Se tarjoaa hyvän tavan kerrata potenssiopin laskusääntöjä ja ennen kaikkea riittävän abstraktin ympäristön opetella käsitteitä kaava ja kaavaan sijoittaminen. Luulisin, että vaikkapa toisen asteen yhtälön ratkaisukaavan muistaminen ja siihen sijoittaminen ei lukiossa tunnu niin ylivoimaiselta, kun on jotain samankaltaista harjoitellut. Ennen binomin neliöstä jatkettiin Pascalin kolmion kautta vaikkapa binomin viidenteen potenssiin ja tämä kahdeksantena kouluvuotena, joten aivan kohtuuttomasta vaatimuksesta ei pitäisi olla kysymys.

5) Algebran taidot ja aritmeettinen ei-soveltava osaaminen on nähtävä arvokkaampana matemaattisena pääomana kuin viime aikoina on totuttu. Olisi ihanteellista, jos pystyisimme opettamaan nuorillemme hyvät laskennalliset valmiudet ja taidon soveltaa niitä. Jos mainittuja valmiuksia ei ole, ei voi olla jälkimmäistäkään. Juuri se on tilanne tällä hetkellä, joten, ”jotain tarttis tehdä”.