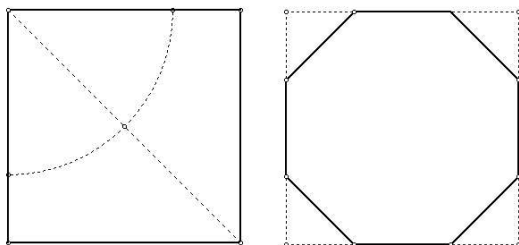


Solmun tehtäviä

Solmun tämänkertaiset neljä tehtävää ovat vaatimustasoltaan peruskoulun yläluokillekin sopivia. Tehtävien ratkaisut julkaistaan Solmun seuraavassa numerossa.

1. Olkoon $S_1 = 1$, $S_2 = 2 + 3$, $S_3 = 4 + 5 + 6, \dots$ Laske S_{17} .

2. Keskiaikaiset kivenhakkaajat käyttivät tätä metodia rakentaessaan tarkkoja kahdeksankulmioita annetun neliön sisälle. Avaa harppisi niin, että sen säde on puolet neliön halkaisijasta. Piirrä ympyrän kaari siten, että sen keskipiste on neliön kulmassa. Merkitse ne kaksi kohtaa, jotka leikkaavat neliön sivut. Tee sama kaikille neliön kulmille, jolloin saat 8 pistettä, jotka ovat kahdeksankulmion kulmia. Onko syntyvä kahdeksankulmio täysin säännöllinen kahdeksankulmio? Todista.

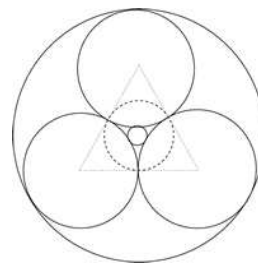


3. Osoita, että jos kolme alkulukua, kaikki suurempia kuin 3, muodostavat aritmeettisen lukujonon, niin jonon peräkkäisten lukujen erotus on jaollinen kuudella. Esitä joitakin esimerkkejä kolmesta alkuluvusta koostuvasta aritmeettisestä lukujonosta, jotka sisältävät lu-

vun kolme, ja näytä, että jokaisessa tapauksessa jonon peräkkäisten lukujen erotus ei ole jaollinen kuudella.

Vihje. Osoita ensin, että peräkkäisten lukujen erotuksen on oltava parillinen, ja sitten, että sen on oltava jaollinen kolmella. Ajattele mahdollisia jakojäännöksiä, kun keskimäinen luku jaetaan kolmella. Pohdi kahta tapausta.

4. Ota kolme yksikköympyrää, jotka koskettavat toisiinsa. Muodosta kolme ympyrää C_1 , C_2 ja C_3 , joiden säteet ovat r_1 , r_2 ja r_3 , kuten kuvassa alapuolella. Ympyrät, jotka ovat tangenttina kaikille kolmelle yksikköympyrälle, ovat C_1 ja C_3 , joista C_1 on pienempi. Ympyrä, joka menee yksikköympyröiden tangenttien kolmen pisteen läpi, on C_2 . Etsi säteet r_1 , r_2 ja r_3 ja näytä, että $r_1 r_3 = r_2^2$.



Vihje. Piirrä suorat ympyröiden keskipisteiden läpi. Kirjoita ja ratkaise joitakin yksinkertaisia yhtälöitä, joissa säteet esiintyvät. Muista käyttää tarkkoja arvoja neliöjuurissa (irrationaalilukuja).