



Tehtäviä

1. Neliön sivut ovat 12 cm pitkät. Jos neliötä kierretään 90° pisteen P ympäri, kahden neliön peittämä pinta-ala on 211 cm^2 . Jos neliötä kierretään jälleen 90° pisteen P ympäri, syntyy kolmas neliö. Kolmen neliön peittämä yhteinen pinta-ala on 287 cm^2 . Missä on piste P ?

2. Nelikulmion pinta-ala on A ja sen sivujen neliöiden summa on Q . Osoita, että pätee $Q \geq 2A$.

3. Olkoon

$$q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2},$$

ja olkoon $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ funktio, jolle kaikilla positiivisilla kokonaisluvuilla n ,

$$|f(n) - qn| < \frac{1}{q}.$$

Osoita, että $f(f(n)) = f(n) + n$.

4. Puoliympyrän muotoisen pesusienen halkaisija on 20 cm. Mikä on sienen pyyhkimän taulun osan pinta-ala, jos puoliympyrän halkaisijan päätepisteistä yksi

pysyy koko ajan taulun alareunalla ja toinen vasemmassa reunalla?

5. Etsi yhtälö suoralle, joka koskettaa käyrää

$$y = 3x^4 - 4x^3$$

kahdessa eri pisteessä.

6. Muurahainen kävelee alueella, jota rajoittaa yhtälön

$$x^2 + y^2 + xy = 6$$

kuvaaja. Sen kävelemä reitti koostuu osista, jotka ovat yhdensuuntaisia koordinaatiston akseleihin nähden. Kävely alkaa käyrän satunnaisesta pisteestä ja jatkuu käyrän rajaamalla alueella kunnes muurahainen törmää käyrän kuvaajaan. Tällöin se tekee 90° käännöksen ja jatkaa kävelemistä käyrän rajaaman alueen sisällä. Se pysähtyy vain, jos se saapuu sellaiseen käyrän kohtaan, jossa se on ollut aiemmin tai se ei voi jatkaa kävelyä yllä kuvattujen sääntöjen mukaan. Osoita, että kaikista lähtöpisteistä lähdetessä muurahaisen kävely pysähtyy.

Tehtävien ratkaisut ovat tämän lehden viimeisillä sivuilla.