

Tehtävät 1

1. Mikä on lukujen $-10, -9, -8, \dots, 9, 10$ summa?
2. Mikä on lukujen $-10, -9, -8, \dots, 9, 10$ tulo?
3. $16 \cdot 125 \cdot 250 = ?$
4. Kirjoita lausekkeeseen sulut siten, että tulos on

$$2 + 2 \cdot 2 - 2 : 2 + 2 \cdot 2 - 2 : 2 + 2 \cdot 2 - 2 = 0$$

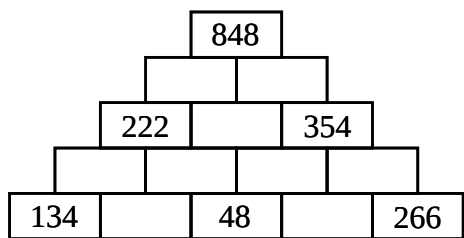
5. Kirjoita lausekkeeseen sulut siten, että tulos on mahdollisimman suuri.

$$3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3$$

- 6.** Kahden luvun summa on sellainen kolminumeroinen luku, joka päättyy numeroihin 27. Toisen yhteenlaskettavan luvun viimeinen numero on nolla. Jos jätämme tämän nollan kyseisestä luvusta pois, saamme toisen luvuista. Mitkä ovat nämä kaksi lukua?
- 7.** Paperille oli kirjoitettu pitkä kertolasku, jossa moninumeroista lukua kerrottiin yksinumeroisella luvulla. Valitettavasti paperi repeytyi ja kertolaskusta jäi vain osa jäljelle. Mikä oli tuntematon kertoja?

osa kerrottavasta	→	<u>4174207002537</u>
osa tuloksesta	→	871035012686

- 8.** Kahden vierekkäisen luvun summa on aina sama kuin kuviossa suoraan kyseisten lukujen yläpuolella oleva luku. Kirjoita taulukkoon puuttuvat luvut.



9. Täytetään oheisen 4×4 -ruutuinen taulukon mukaisesti 100×100 -ruutuinen taulukko. Mikä on saatuun taulukkoon kirjoitettujen lukujen summa?

1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

10. Määritä sellainen kaksinumeroinen luku ab ja sellainen yksinumeroinen luku c , jotta kertolasku $1\,185\,184 \cdot ab = cc\,ccc\,c00$ olisi oikein.

11. Laske summan

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 95 + 97 + 99$$

arvo.

12. Laske murtolausekkeen

$$\frac{1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 + 101}{1 - 2 + 3 - \cdots + 99 - 100 + 101}$$

arvo.

13. $63\,475 \cdot 999\,999\,999 = ?$

14. Kun Pekka oli 8-vuotias, hänen isänsä oli 31-vuotias. Nyt isä on kaksi kertaa niin vanha kuin Pekka. Kuinka vanha Pekka on?

15. Kumpi luku on suurempi: $\frac{20}{21}$ vai $\frac{21}{22}$?

16. Kumpi luku on suurempi: $\frac{23}{37}$ vai $\frac{115}{187}$?

17. Laske järkevästi ja nopeasti rivien ja sarakkeiden lukujen summa. Avuksi on annettu ensimmäisellä rivillä ja ensimmäisessä sarakkeessa olevien lukujen summat.

1	2	3	4	5	15
6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	
16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	
55					

18. 13 positiivisen kokonaisluvun (ei kahta samaa lukua) summa on 92. Mitkä nämä luvut ovat?

19. Erään kilpailun finaaliin pääsi 9 kuudesluokkalaista, sekä tyttöjä että poikia. Kilpailussa $\frac{6}{10}$ tytöistä ratkaisi vähintään 2 tehtävää oikein. Kuinka monta tyttöä ja kuinka monta poikaa oli mukana kilpailussa?

20. Markkinoilla kauppias osti hevosen 600 taalerilla ja myi sen myöhemmin 700 taalerilla. Aikaa kului ja kauppias osti saman hevosen 800 taalerilla ja myi sen sitten 900 taalerilla. Voittiko vai hävisikö kauppias hevoskaupoissaan? Paljonko voitto tai häviö oli?

21. Paljonko on viiden pienimmän luonnollisen luvun tulo?

22. $0,64^2 + 0,36^2 + 2 \cdot 0,36 \cdot 0,64 = ?$

23. Mitkä ovat $a:n$, $b:n$ ja $c:n$ arvot, kun

$$\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} \quad \text{ja} \quad abc = 576?$$

24. Paljonko on neliöiden 39827395^2 ja 39827394^2 erotus?

25. Kuinka monta kertaa numero 1 esiintyy summassa

$$N = 9 + 99 + 999 + 9999 + \cdots + \underbrace{999 \dots 99}_{1995 \text{ numeroa}},$$

kun käytetään kymmenjärjestelmää?

26. Luvut a , b ja c , joista yksi on positiivinen, yksi negatiivinen ja yksi nolla, toteuttavat yhtälön $a = b^2(b^2 + c^2)$. Mikä luvuista on positiivinen, mikä negatiivinen ja mikä nolla?

27. Kertana eräänä Pertti kirjoitti taululle seuraavan laskutoimituksen: $101 - 102 = 1$. Yhtälöstä saadaan paikkansapitävä siten, että yksi numero poistetaan paikaltaan ja asetetaan toiseen paikkaan. Kuinka tämä tehdään?

28. Onko seuraava väittämä totta? Jos kahden positiivisen rationaaliluvun summa on 1, niiden erotus ja niiden neliöiden erotus ovat yhtä suuria.

29. Kahden kymmentä suuremman kokonaisluvun summa on 1000. Todista, että lukujen neliöiden kolme viimeistä numeroa ovat samat.

30. Luvut a ja b ovat positiivisia kokonaislukuja, ja $b^2 = a - b$. Todista, että $a + b + 1$ on neliöluku.

- 31.** Montako 2000:ta pienempää neliölukua on olemassa?
- 32.** Montako 6-numeroista kuutiolukua on olemassa?
- 33.** Lausekkeeseen $1 : 2 : 3 : 4$ sopivasti sulut sijoittamalla saadaan tulokseksi erilaisia lukuja. Mikä seuraavista luvuista saadaan edellä mainitulla tavalla?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) Ei mitään edellisistä.
- 34.** Sijoittamalla lausekkeeseen $1 : 2 : 3 : 4$ sopivasti sulut saadaan tulokseksi erilaisia lukuja. Mitä seuraavista luvuista ei voi saada kuvatulla tavalla vastaukseksi?
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) 6 (D) $\frac{1}{24}$ (E) 24.
- 35.** Lausekkeeseen $2 : 3 : 4 : 5 : 6$ sopivasti sulut sijoittamalla saadaan vastaukseksi erilaisia lukuja. Mikä seuraavista luvuista saadaan edellä mainitulla tavalla?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) Ei mitään edellisistä.
- 36.** Lausekkeeseen $2 : 3 : 4 : 5 : 6$ sopivasti sulut sijoittamalla saadaan vastauksesi erilaisia lukuja. Mitä seuraavista luvuista ei voi saada kuvatulla tavalla vastaukseksi?
(A) 5 (B) $\frac{1}{5}$ (C) 80 (D) $\frac{1}{80}$ (E) $\frac{20}{9}$.
- 37.** Lausekkeeseen $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10$ sopivasti sulut sijoittamalla saadaan vastaukseksi erilaisia lukuja. Mikä seuraavista luvuista saadaan kuvatulla tavalla?
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) Ei mitään edellisistä.
- 38.** Sijoittamalla lausekkeeseen $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10$ sulut sopivasti saadaan vastaukseksi erilaisia lukuja. Mitä seuraavista luvuista ei voi saada kuvatulla tavalla vastaukseksi?
(A) 7 (B) $\frac{1}{7}$ (C) 28 (D) $\frac{1}{28}$ (E) $\frac{256}{63}$.
- 39.** Onko sadan ensimmäisen alkuluvun (jaottoman luvun) summa pariton vai parillinen?
- 40.** Onko summa $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2 + 100^2$ pariton vai parillinen?
- 41.** Voiko plus- ja miinusmerkit valita yhtälöön $\pm 1 \pm 3 \pm 5 \pm 7 \pm 9 \pm 11 = 13$ niin, että se on tosi?
- 42.** Voiko plus- ja miinusmerkit valita yhtälöön $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \pm \dots \pm 19 \pm 20 \pm 21 = 1$ niin, että se on tosi?

- 43.** Mikä on lausekkeen $\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm 4 \cdots \pm 1997$ pienin positiivinen arvo? (Merkin $\pm$ paikalle valitaan plus- tai miinusmerkki.)
- 44.** Onko mahdollista vaihtaa 20 ensimmäisen positiivisen kokonaisluvun summan yhteenlaskettavien etumerkkejä siten, että summan arvo on 100? Entä onko se mahdollista 18 ensimmäisellä positiivisella kokonaisluvulla?
- 45.** Voidaanko 100 kania jakaa viidelle lapselle niin, että jokainen lapsi saisi parittoman määrän kaneja?
- 46.** Neljän luvun summa on 1997. Voiko näiden neljän luvun tulo päättyä numeroon 1?
- 47.** Voiko luvut $1, 2, 3, \dots, 1997, 1998$ jakaa kahteen joukkoon siten, että kummankin joukon lukujen summa on pariton?
- 48.** Voiko luvut $1, 2, 3, \dots, 1996, 1997$ jakaa kahteen joukkoon siten, että kummankin joukon lukujen summa on sama?
- 49.** Voiko luku $1! + 2! + 3! + \cdots + 100!$ olla kahden peräkkäisen kokonaisluvun tulo? ($1! = 1$, $2! = 2 \cdot 1 = 2$, $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$, $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ jne.)
- 50.** Suuri neliön muotoinen kakku leikataan 111 reunojen suuntaisella viillolla. Onko mahdollista, että kakkupaloja syntyy 1995 kappaletta?
- 51.** Voidaanko luvut $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ja 10 jakaa kahteen joukkoon niin, että näissä kahdessa joukossa lukujen summat ovat yhtä suuret?
- 52.** Voidaanko luvut $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ ja 10 jakaa kahteen joukkoon niin, että näissä kahdessa joukossa lukujen tulot ovat yhtä suuret?
- 53.** Löytyykö viittä peräkkäistä kokonaislukua, jotka voitaisiin jakaa kahteen joukkoon niin, että näissä kahdessa joukossa lukujen tulot olisivat yhtä suuret?
- 54.** Valitaan kuusi peräkkäistä lukua ja lasketaan niistä yhteen kolme ensimmäistä keskenään ja kolme viimeistä keskenään. Voiko näin saatujen summien tulo olla $111\,111\,111$?
- 55.** Voiko sadan parittoman luvun käänteislukujen summa olla 1?
- 56.** Voiko sadan ensimmäisen alkuluvun käänteislukujen summa olla kokonaisluku?

57. Voiko seuraavan yhtälöryhmän ratkaisu sisältää pelkkiä kokonaislukuja?

$$\begin{cases} abcd - a = 1997 \\ abcd - b = 997 \\ abcd - c = 97 \\ abcd - d = 7 \end{cases}$$

58. Mitkä luvut ovat jaollisia vain kahdella luvulla?

59. Montako sellaista lukua, joka on jaollinen vain kolmella luvulla, löytyy pienemmistä luvuista kuin 100?

60. Montako ratkaisua on yhtälölle $19x + 95y = 2000$, jos x ja y ovat kokonaislukuja?